Ejercicio correspondiente a la Guía 6: estructura y evolución estelar

Fecha límite de entrega: sábado 13 de Junio a las 23:59:59 hs. Dirigir el problema a carlosv@df.uba.ar y beluand@gmail.com

Problema 6: Considere una estrella esférica de masa M y radio R.

a) A partir de la ecuación de equilibrio hidrostático para la estrella escrita con m como variable independiente ($dm = 4\pi\,\rho\,r^2\,dr$, siendo ρ la densidad) muestre que la energía gravitatoria puede escribirse como

$$E_g = -\int_0^M \frac{3p}{\rho}\,dm. \tag{1}$$

b) Considerando que el potencial gravitatorio cumple que

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{Gm}{r^2} \tag{2}$$

y que la ecuación de estado del gas que compone la estrella es una polítropa

$$p = K\,\rho^\gamma,\ \left(\gamma = 1 + \frac{1}{n}\right) \tag{3}$$

con $\gamma \neq 1$, reescriba la ecuación de equilibro hidrostático en términos de Φ e integre para obtener Φ como función de n, p y ρ.

c) Partiendo de que

$$E_g = -\int_0^M \frac{Gm}{r}\,dm \tag{4}$$

y utilizando los dos resultados anteriores, exprese E_g en términos de las constantes del problema (n, G, M, R).