Astrofísica

1er cuatrimestre de 2020

Guía 7: Campos magnéticos

1. Rehaga el ejercicio 2 de la práctica 6 (excepto el punto a), considerando ahora que el medio interestelar se encuentra inmerso en un campo magnético de magnitud B. Esto implica agregar al miembro derecho de la ecuación 1 un término adicional debido a la fuerza magnética. Considere que las líneas de campo están congeladas en el material, por lo que el flujo magnético $\varphi \propto BR^2$ se conserva. ¿Cual es el efecto del campo magnético sobre la inestabilidad de Jeans?

2. Linealice las ecuaciones MHD incompresibles e ideales alrededor de equilibrios estáticos ($\vec{u}_0 = 0$) y espacialmente homogéneos ($\rho_0 = cte$, $\vec{B}_0 = B_0\vec{z}$ con $B_0 = cte$).

   (a) Suponga perturbaciones de la forma $\delta\vec{u}$, $\delta\vec{B} \approx \exp(i\vec{k}\ .\ \vec{r} - iwt)$ y muestre que la relación de dispersión que se obtiene es

   $$w^2 = k_z^2 v_A^2 \tag{1}$$

   donde $v_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$ es la velocidad de Alfven.

   (b) Discuta si las ondas de Alfven son longitudinales o transversales, y si son o no son dispersivas.

3. *Reconexión de Sweet-Parker*

   (a) Enuncie las varias hipótesis involucradas en la derivación del modelo de reconexión de Sweet-Parker.

   (b) Derive la ley de escalas de este modelo de reconexión, es decir

   $$M = \frac{U_{in}}{V_A} = \frac{\lambda}{L} = S^{-\frac{1}{2}} \tag{2}$$

   donde U_{in} es la velocidad de entrada del material a la zona de reconexión, de tamao $(2\lambda)\times(2L)$, V_A es la velocidad de Alfven y S es el número de Lundquist.

Ejercicios adicionales

4. Considere un pulsar con masa M y radio R, que rota con un período $P = 2\pi/\omega$, que cambia con una velocidad $\dot{P} > 0$. El pulsar tiene un campo magnético $B(r,\theta)$ que puede suponerse el de un dipolo $\vec{m}$ (r y θ son las coordenadas esféricas usuales, considere $\vec{m} = m\hat{z}$).

   (a) Halle $B(R,\theta)$ suponiendo que el frenado se debe a la transformación de energía rotacional en radiación dipolar magnética, cuya potencia total viene dada por

   $$\mathcal{P} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\omega^4}{12\pi c^2} |\vec{m}|^2, \tag{3}$$

   donde μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica del vacío respectivamente, y c la velocidad de la luz.

   (b) Calcule $B(R,0)$ para $M = 1.4M_\odot$, $R = 10$ km, $P = 0.1$ s y $\dot{P} = 10^{-13}$.

   (c) Halle el cociente entre la fuerza gravitatoria y la fuerza de Lorentz debida al campo magnético que se ejerce sobre un protón que se mueve con una velocidad $v = 1000$ km s^{-1} en la superficie del pulsar. ¿Qué conclusiones obtiene?

5. Suponga la colisión de dos tubos de flujo cilíndricos de radio R y longitud L, campo axial uniforme $\pm\mathbf{B_0}$ y densidad ρ.

(a) Estime la energía magnética total de todo el sistema en función de los datos mencionados.

(b) Si estos tubos se aproximan mutamente a velocidad U_{in}, estime la energía magnética procesada por unidad de tiempo. Utilice el método de Sweet-Parker para expresar la potencia disipada en términos del número de Lundquist.

(c) En las fulguraciones solares más grandes se observa la liberación de unos 10^{31} erg en tiempos de $100 - 1000$ seg. Suponiendo valores típicos de $B_0 \approx 1000$ Gauss, $\rho \approx 10^{-13} g/cm^3$, $R \approx 5 \times 10^3$ km, $L = 10^5$ km y $S \approx 10^{10} - 10^{12}$, discuta la factibilidad del escenario de Sweet-Parker para explicar estas fulguraciones.