

Guía 1: El Universo

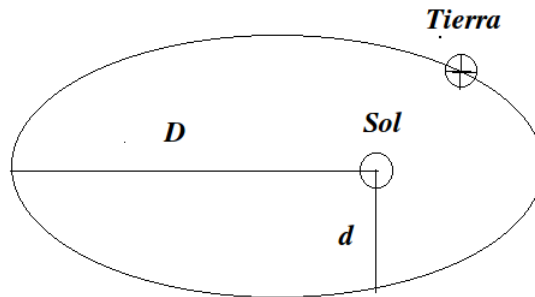
Nota: Los problemas se explican en forma esquemática adrede para que se realice una lectura crítica y de elaboración personal. Sin embargo, si encuentra uno o varios errores por favor escríbame a carlosv@df.uba.ar, gracias. Carlos Vigh

Problema 3: La *unidad astronómica* (AU) se define como la distancia media entre la Tierra y el Sol. Una determinación precisa de esta magnitud es de particular importancia, ya que constituye la base de la llamada *escala de distancias*, por lo que la medición de cualquier distancia en Astrofísica depende de ella en forma directa o indirecta.

- Suponiendo que las órbitas de la Tierra y Venus alrededor del Sol son circulares y coplanares (justifique estas hipótesis), muestre que puede medirse la unidad astronómica determinando los valores máximo y mínimo de la distancia entre la Tierra y Venus (sin hacer mediciones sobre el Sol).
- La distancia a Venus puede medirse enviando a este planeta un pulso de ondas de radio, y midiendo el tiempo de viaje. Si los tiempos de viaje (ida y vuelta) correspondientes a la mínima y máxima distancia entre la Tierra y Venus son $t_{min} = 276.45$ s y $t_{max} = 1719.55$ s respectivamente, ¿cuánto vale 1 AU?
- Dos observadores miden la posición de Venus respecto de las estrellas en el instante de su máximo acercamiento a la Tierra, y obtienen una diferencia de $49.8''$. ¿Cuál es la distancia a Venus en ese momento, si los observadores están separados por 10^4 km, medidos en forma perpendicular a la dirección en que se encuentra el planeta? Si en el instante de máximo alejamiento, el diámetro angular de Venus es 6.2 veces más pequeño que en el de máximo acercamiento, ¿cuánto vale 1 AU?
- Discuta la precisión de las mediciones anteriores.

Solución:

La unidad astronómica es la distancia media entre la Tierra y el Sol.



donde $AU = \frac{d + D}{2}$ exageré el carácter de órbita de una elipse pero en el caso tanto de la Tierra como de Venus la excentricidad es muy baja.

Recordando de *Mecánica Clásica* la excentricidad en un problema de fuerzas centrales es:

$$e = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{m_{eff}\alpha^2}}$$

donde E es la energía orbital, L el momento angular, m_{eff} es la masa reducida y α está asociada a la fuerza central gravitatoria $F_C = \frac{\alpha}{r^2}$, siendo $\alpha < 0$

En el caso de la Tierra, la excentricidad es 0,0167.

En el caso de Venus, la excentricidad es 0,0067.

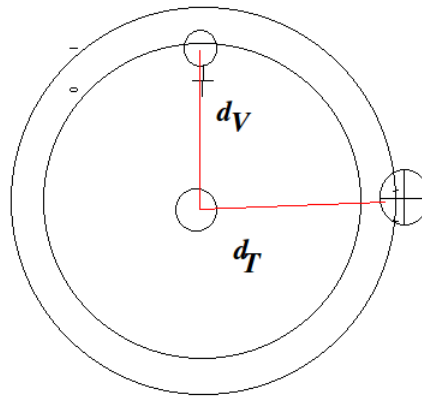
O sea que las órbitas pueden considerarse de hecho circulares.

Siguiendo la hipótesis nebular, si la nebulosa que dio origen al sistema solar se lo considera como un sistema aislado de fuerzas externas, conserva su momento angular. Esto quiere decir que su movimiento se da en un plano. Este movimiento paulatino da lugar a la formación de un disco que por agregamiento dará lugar eventualmente a una estrella central, en nuestro caso el Sol. En determinadas órbitas a su vez se formarán los planetas y otros objetos del sistema solar. Todos los objetos nativos de la nebulosa original es de esperar que tengan un movimiento orbital coplanar. Los objetos que orbitan alrededor del Sol pueden ser eventualmente residuos que no alcanzaron la coplanariedad y objetos externos que fueron capturados por la atracción gravitatoria solar.

En resumen, la Tierra y Venus, sus órbitas se las puede considerar circulares y coplanares.

Después, se tienen cuestiones particulares, en el caso de Venus, su movimiento de spin es retrógrado, en oposición al resto de los planetas del sistema solar. Las razones de por qué es así no se conocen.

a) Básicamente la situación se puede esquematizar de la siguiente manera:



El caso de **máximo acercamiento** entre los planetas es cuando se encuentren alineados formando un ángulo cero entre ellos respecto de su distancia al Sol. Además debería coincidir cuando la Tierra se encuentre en la distancia mas cercana al Sol (*afelio*) y Venus en la mas lejana (*perigeo*). Es decir:

$$d_1 = d_T^{min} - d_V^{max}$$

Análogamente el **máximo alejamiento** cuando estén alineados en oposición respecto del Sol formando un ángulo de π entre ellos. El caso extremo es cuando ambos se encuentren en su perigeo:

$$d_2 = d_T^{max} - d_V^{max}$$

Bueno, procedamos:

$$\frac{d_1 + d_2}{2} = \dots = \frac{d_T^{min} + d_T^{max}}{2} = AU$$

b) Con este resultado ahora podemos determinarlo con números si se puede medir la distancia de máximo y mínimo acercamiento a Venus:

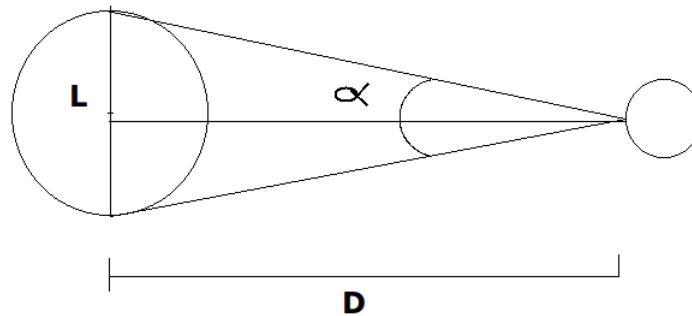
$$d_1 = \frac{ct^{min}}{2}$$

$$d_2 = \frac{ct^{max}}{2}$$

$$\frac{d_1 + d_2}{2} = 1,4745 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Faltaría saber el error de medición pero no está nada mal.

c) Primero, $\alpha \sim 2.41 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$, este ángulo claramente es mucho menor que 1 rad, así que se puede aproximar $\alpha = \frac{L}{D}$ Despejando D se obtiene que $D = 4.1405 \cdot 10^8 \text{ km}$



d) De elaboración personal.