

Errata:

$$4\pi R^3 p_0 = 2MC_v T - \frac{1}{R} \left(\theta G M^2 - \frac{1}{\xi} B^2 R^4 \right)$$

$\xi \rightarrow 24$ usando el teorema del virial

si hay contracción R decrece, pero B tiene que crecer por lo que si se mantiene la condición de congelamiento de campo magnético, el flujo ϕ se conserva

$$\phi' = \int B ds = \text{cte} \rightarrow \phi \propto BR^2 = \text{cte}; \text{ entonces se tiene que}$$

$$4\pi R^3 p_0 = 2MC_v T - \frac{1}{R} \left(\theta G M^2 - \alpha \phi^2 \right)$$

metemos en α las constantes en las que podemos contener algún número que falte

$$p_0 = \frac{MC_v T}{2\pi R_M^3} - \frac{1}{4\pi R_M^4} \left(\theta G M^2 - \alpha \phi^2 \right)$$

así queda equivalente al problema HD y podemos resolverlo de la misma manera.

$$\left. \frac{\partial p_0}{\partial R} \right|_{R_M} = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2} \frac{MC_v T}{\pi R_M^4} + \frac{4}{4\pi R_M^5} \left(\theta G M^2 - \alpha \phi^2 \right) = 0$$

$$\Rightarrow R_M = \frac{8}{4\pi} \frac{\pi}{3} \frac{1}{MC_v T} \left(\theta G M^2 - \alpha \phi^2 \right) = \frac{2}{3} \frac{\theta G M^2}{MC_v T} \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M^2} \right)$$

$$R_M = R_J \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M^2} \right)$$

ahora reemplazo en p_0 y obtengo p_0^M

E2

acá hago un
poco de abuso
de notación
cuando pongo
 M_{JH} pero
está bien

$$P_0^H = \frac{M_{JH} C_v T}{2\pi R_J^3 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^3} - \frac{[\theta G M_{JH}^2 - \alpha \phi^2]}{4\pi R_J^4 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^4}$$

$$P_0^H = \frac{2R_J \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right) M_{JH} C_v T - \theta G M_{JH}^2 + \alpha \phi^2}{4\pi R_J^4 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^4}$$

$$P_0^H = \frac{\left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right) 2R_J M_{JH} C_v T - \theta G M_{JH}^2 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)}{4\pi R_J^4 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^4}$$

$$P_0^H = \frac{2R_J M_{JH} C_v T - \theta G M_{JH}^2}{4\pi R_J^4 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^3}$$

$$R_J = \frac{2}{3} \frac{\theta G M_{JH}}{C_v T}$$

$$C_v T M_{JH} R_J = \frac{2}{3} \theta G M_{JH}^2$$

$$P_0^H = \frac{2R_J M_{JH} C_v T - \frac{3}{2} C_v T M_{JH} R_J}{4\pi R_J^4 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^3} = \frac{(4C_v T - 3C_v T) M_{JH}}{8\pi R_J^3 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^3}$$

$$C_v T = \frac{k_B T}{m}$$

$$P_0^H = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{k_B T}{m}\right)^4 \frac{27}{8} \frac{M_{JH}}{\theta^3 G^3 M_{JH}^3} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JH}^2}\right)^3}$$

$$\rho_0^H = \frac{27}{64\pi} \left(\frac{k_B T}{m} \right)^4 \frac{1}{\theta^3 G^3 M_{JM}^2} \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JM}^2} \right)^{-3}$$

E3

Miremos el término $\frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JM}^2} = \frac{\alpha \phi^2}{R} \cdot \frac{R}{\theta G M_{JM}^2}$

$\frac{\theta G M_{JM}^2}{R}$ es la energía potencial, entonces

$\frac{\alpha \phi^2}{R}$ es básicamente la energía magnética

$$\frac{\alpha \phi^2}{R} \sim \frac{1}{\epsilon} \frac{B^2 R^4}{R} \sim \frac{1}{8\pi} B^2 R^3$$

Sigamos... gas ideal $\rho_0 = \rho \frac{k_B T}{m}$

$$\rho = \frac{27}{64\pi} \left(\frac{k_B T}{m} \right)^3 \frac{1}{\theta^3 G^3 M_{JB}^2} \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JB}^2} \right)^{-3}$$

$$M_{JM}^2 = \frac{1}{\rho} \frac{27}{64\pi} \left(\frac{k_B T}{m} \right)^3 \frac{1}{\theta^3 G^3} \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JM}^2} \right)^{-3}$$

$$M_{JM}^2 = M_J^2 \left(1 - \frac{\alpha \phi^2}{\theta G M_{JM}^2} \right)^{-3}$$

$\alpha \phi^2 = \theta G M_{JM}^2$ es el caso crítico donde el campo magnético es lo suficientemente alto para equiparar la energía gravitatoria

$$\alpha B^2 R^3 = \theta G M_{JM}^2$$

puedo definir un $M_0^2 = \frac{\alpha \phi^2}{\theta G}$

y tener un $M_{JM}^{crit} \equiv M_0$