

Clase anterior

- Campo magnético solar. Corona solar.
- Manchas solares en la fotosfera. Correlación con regiones activas coronales.
- Ciclo magnético solar. Diagramas de mariposas.
- Modelo de dínamo Alpha-Omega. Rotación diferencial, flujo meridional y convección (micro).
- Resultados de simulaciones numéricas.
- Galaxias. La Vía Láctea. Descripción morfológica de galaxias.
- Paradoja de Olbers.

Sistema localmente en reposo

Nuestro Sol es una de las 10^{11} estrellas de la Vía Láctea. Como sabemos en que lugar estamos y con que velocidad nos movemos dentro de la galaxia?

Supongamos que el disco galáctico se comporta como un fluido animado con rotación diferencial alrededor del centro galáctico (CG), es decir

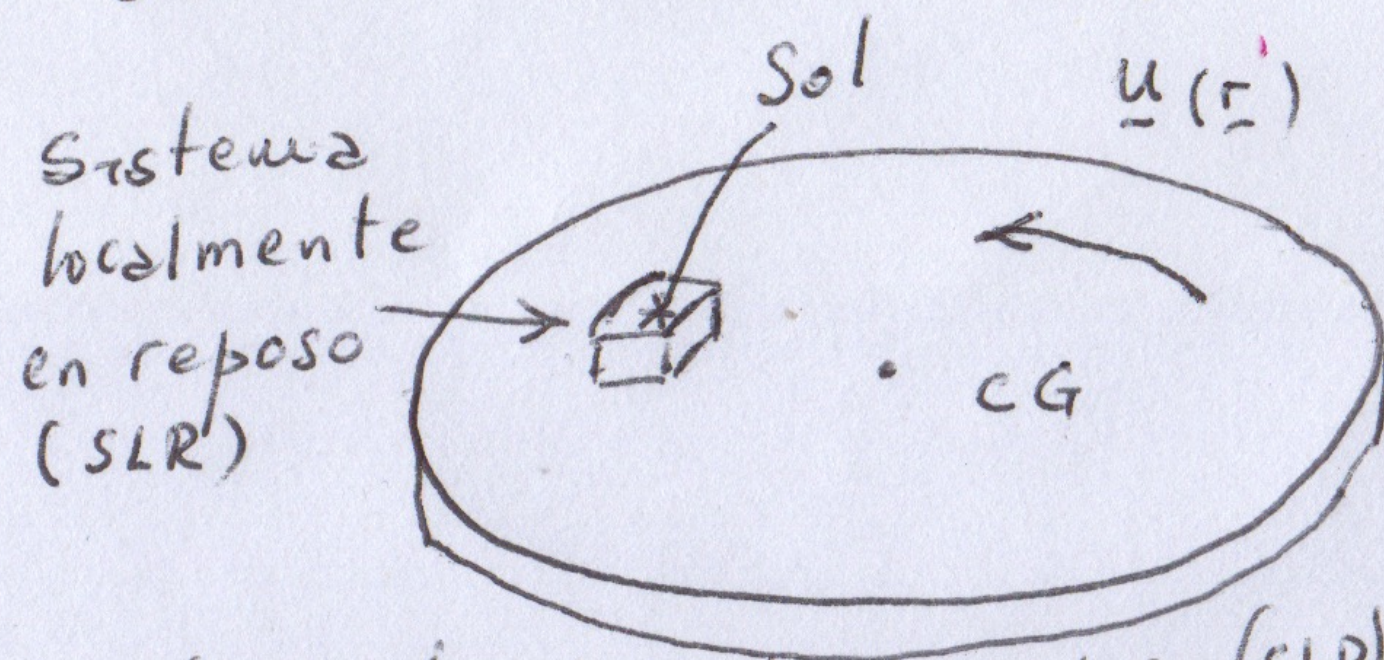
$$\underline{u}(\underline{r}) = \omega(r) \underline{r} \times \hat{\theta}$$

El elemento de fluido al que

perteneceemos, es el sistema localmente en reposo (SLR).

La velocidad individual $\underline{v}$ de cada estrella, puede descomponerse en

$$\underline{v} = \langle \underline{v} \rangle + \delta \underline{v} \quad \text{donde} \quad \langle \underline{v} \rangle = \underline{u}(\underline{r})$$



Hoy sabemos que el SLR se encuentra a una distancia $R_{SLR} \sim 8.4 \text{ kpc}$ del CG y moviéndose a $V_{SLR} \sim 240 \text{ km/s}$.

A que velocidad se mueve el Sol respecto del SLR? La velocidad de cualquier estrella que forme parte del SLR respecto del Sol, es:

$$\underline{v}_{*0} = \underline{v}_* - \underline{v}_0 = \langle \underline{v} \rangle + \delta \underline{v}_* - (\langle \underline{v} \rangle + \delta \underline{v}_0) = \delta \underline{v}_* - \delta \underline{v}_0$$

Si realizamos el promedio sobre un número significativo de estrellas:

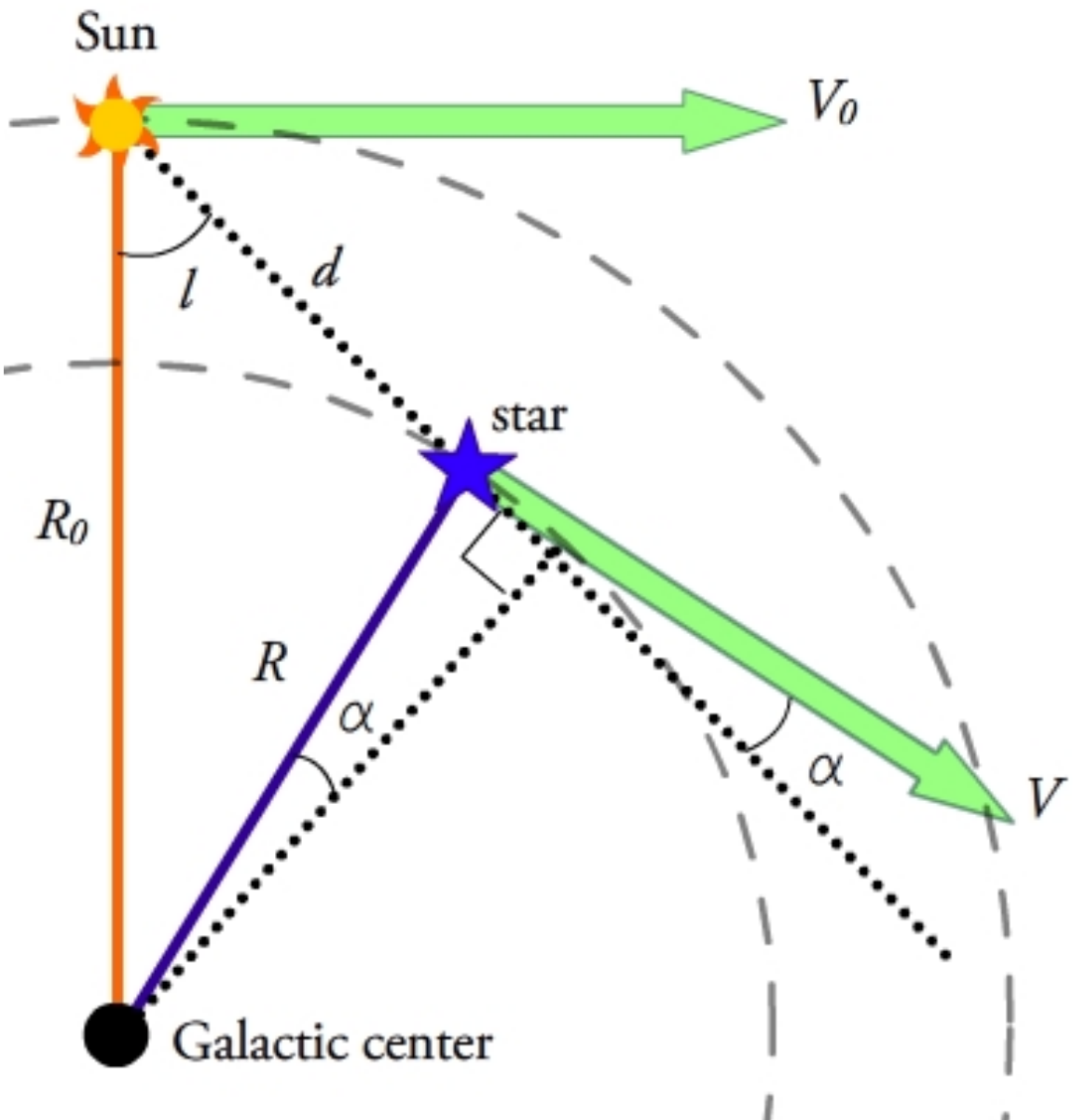
$$\langle \delta \underline{v}_* \rangle = 0 \rightarrow \langle \underline{v}_{*0} \rangle = -\delta \underline{v}_0$$

El movimiento propio del Sol respecto de su vecindario, es entonces igual a menos la velocidad promedio respecto de sus vecinos:

$$\delta \underline{v}_0 = -9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \hat{r} + 11 \frac{\text{km}}{\text{s}} \hat{\theta} + 6 \frac{\text{km}}{\text{s}} \hat{z}$$

$$|\delta \underline{v}_0| \ll V_{SLR}$$

Constantes de Oort



- Si sostenemos que el disco galáctico tiene un movimiento de rotación diferencial, podemos orientarnos explorando localmente el campo de velocidades.

- El Sol se encuentra a

distancia R_0 y con velocidad $V_0 = \omega_0 R_0$.

- Si medimos la velocidad $v = \omega R$ de estrellas a distancia d del Sol en la dirección l , tenemos el diagrama de la Figura.

- Las velocidades radial (R) y tangencial (T) medidas desde el sistema solar serán:

$$V_R = v \cos \alpha - V_0 \sin l$$

$$V_T = v \sin \alpha - V_0 \cos l$$

l : longitud galáctica

- Para deshacernos de α , utilizamos las siguientes identidades

$$\frac{R}{\sin l} = \frac{R_0}{\cos \alpha}$$

(teorema del seno y $\sin(90 + \alpha) = \cos \alpha$)

$$R_0 \cos l = d + R \sin \alpha$$

($\cos(90 - \alpha) = \sin \alpha$)

- Reemplazando y usando $v = \omega R$ y $V_0 = \omega_0 R_0$:

$$V_R = v \left(\frac{R_0 \sin l}{R} \right) - V_0 \sin l$$

$$V_R = (\omega - \omega_0) R_0 \sin l$$

$$V_T = v \left(\frac{R_0 \cos l - d}{R} \right) - V_0 \cos l$$

$$V_T = (\omega - \omega_0) R_0 \cos l - \omega d$$

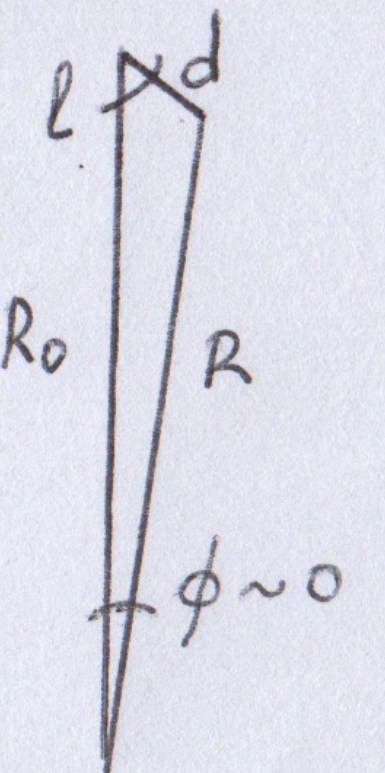
- Las expresiones recuadradas son generales, en el sentido que valen para cualquier distancia d .

- Si exploramos variaciones de velocidad en el entorno del Sol, para $d \ll R_0$:

$$R_0 \approx R + d \cos l$$

$$\omega - \omega_0 \approx \left. \frac{d\omega}{dr} \right|_{R_0} (R - R_0) = \left. \frac{d(V/r)}{dr} \right|_{R_0} (R - R_0)$$

$$\therefore \omega - \omega_0 \approx \left(\frac{V_0}{R_0^2} - \frac{1}{R_0} \left. \frac{dV}{dr} \right|_{R_0} \right) d \cos l$$



Constantes de Oort

- Reemplazando en las expresiones recuadradas, obtenemos expresiones para $v_{R,T}$ a orden $\frac{d}{R_0}$:

$$v_R = \left(\frac{v_0}{R_0} - \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right) \frac{d}{2} \sin 2\ell \quad \sin \ell \cos \ell = \frac{1}{2} \sin 2\ell$$

$$v_T = \left(\frac{v_0}{R_0} - \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right) \frac{d}{2} \cos 2\ell - \left(\frac{v_0}{R_0} + \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right) \frac{d}{2}$$

- Este cálculo fue realizado por Jan Oort (1927). Definimos las constantes de Oort A y B:

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{R_0} - \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right) = - \frac{R_0}{2} \frac{d\omega}{dr} \Big|_{R_0}$$

$$B = - \frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{R_0} + \frac{dv}{dr} \Big|_{R_0} \right)$$

$$v_R(d, \ell) = A \cdot d \sin 2\ell$$

$$v_T(d, \ell) = A \cdot d \cos 2\ell + B d$$

$\cos^2 \ell = \frac{1}{2} (\cos 2\ell + 1)$
 $\omega d \approx \omega_0 d$
 (a orden $\frac{d}{R_0} \ll 1$)

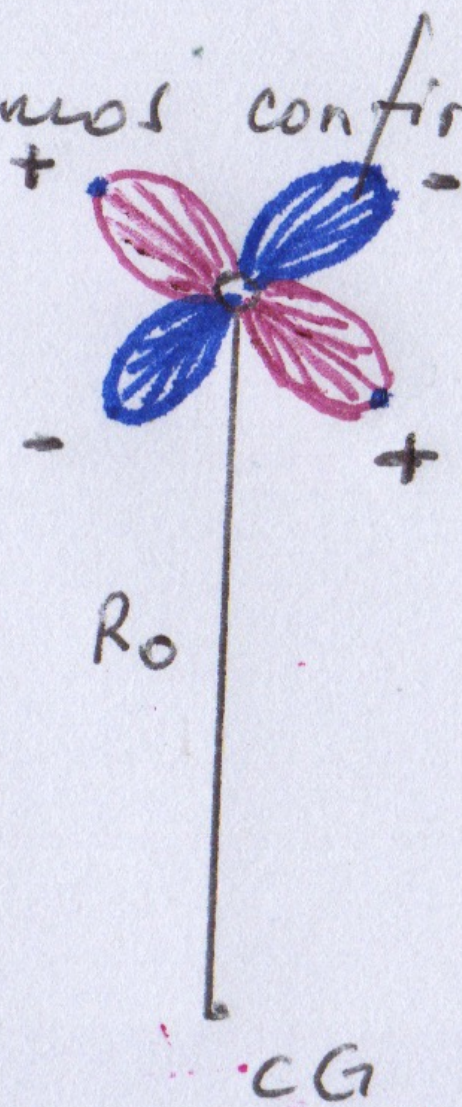
constantes Oort
 (estructura local
 del campo velocidades)

- Los valores de A y B en las proximidades del Sol son

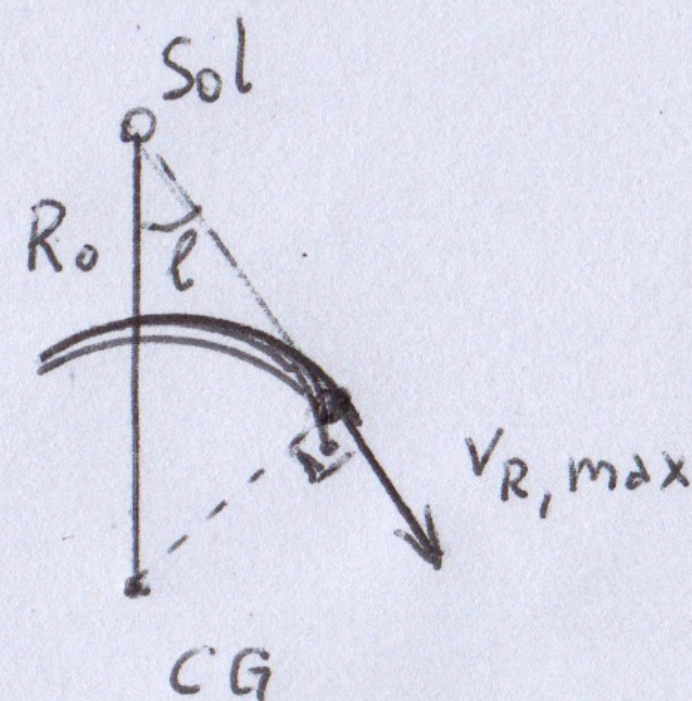
$$A \approx 15 \frac{\text{km/s}}{\text{kpc}}$$

$$B \approx -12 \frac{\text{km/s}}{\text{kpc}}$$

- Si observamos vel. radiales, deberíamos confirmar el patrón de la Figura. Es decir, de máximo alejamiento en $\ell = 45^\circ, 225^\circ$ y máximo acercamiento en $\ell = 135^\circ, 315^\circ$.



- Si observamos a grandes distancias en una dirección ℓ fija, la ecuación general $v_R = (\omega - \omega_0) R_0 \sin \ell$ nos dice que la máxima v_R se obtiene en la situación de la Figura, en la cual $\omega - \omega_0$ es máxima (si $\omega(r)$ es monótona).



- De este modo, al variar ℓ podemos determinar $v_\theta(r)$.

Rotación galáctica

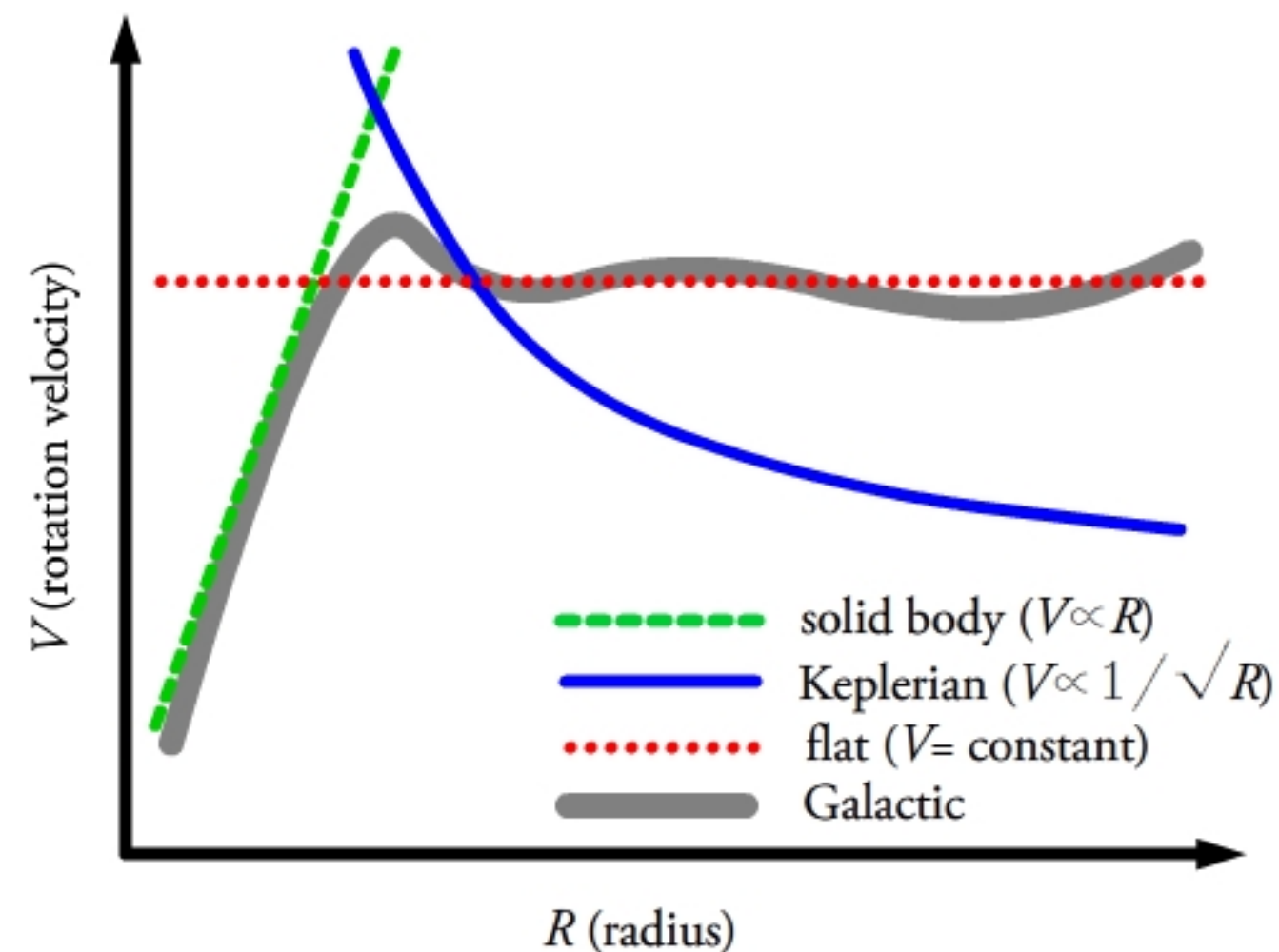
- Debemos los resultados observacionales de las curvas de rotación galácticas, al trabajo pionero de Vera Rubin durante los años 60.
- Hacia 1970 habia acumulado evidencia de que las curvas $v_\theta(r)$ de las galaxias alcanzaban un **plateau** a cierta distancia del centro.

- La curva **verde** corresponde al caso de rotación rígida

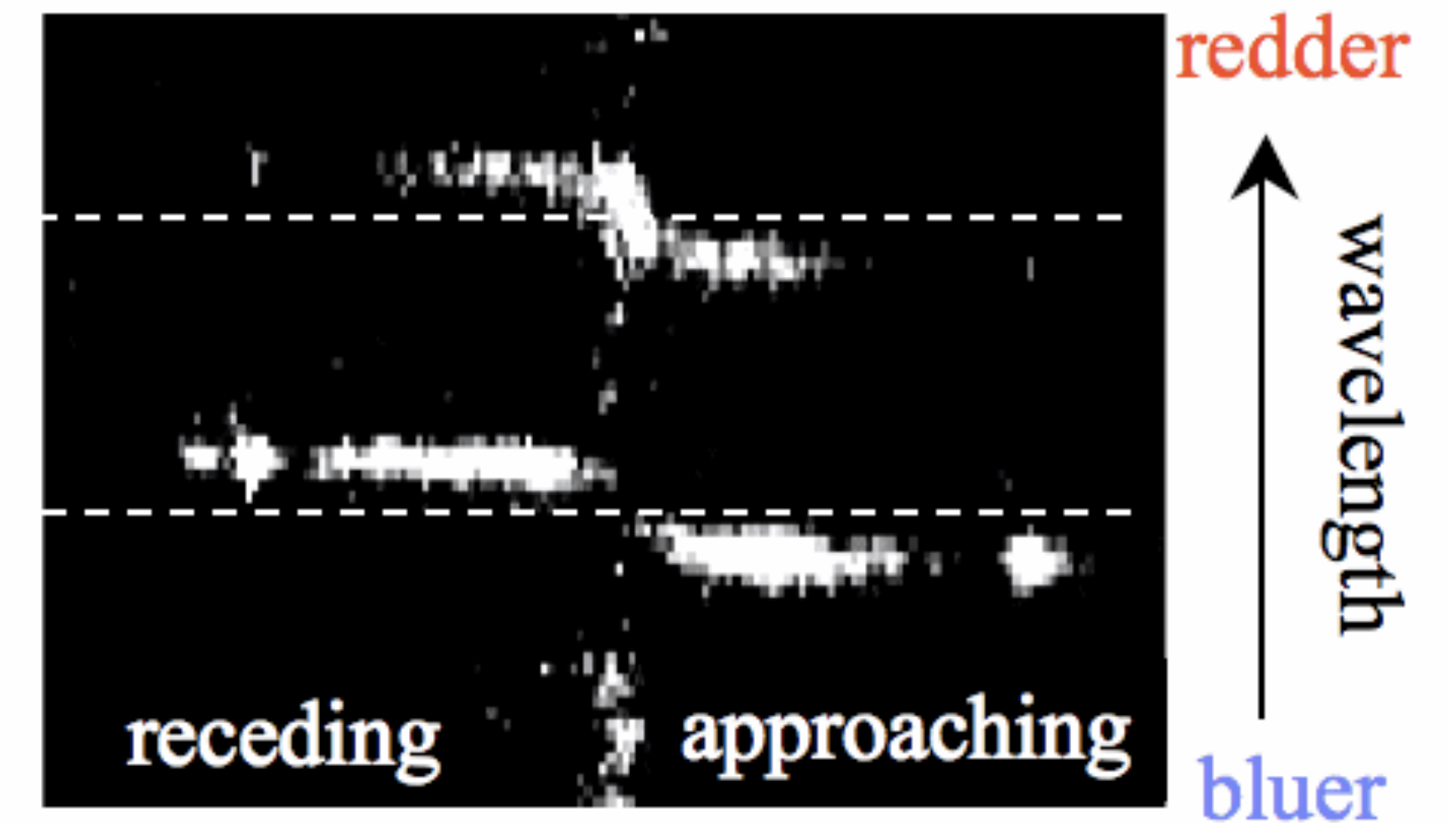
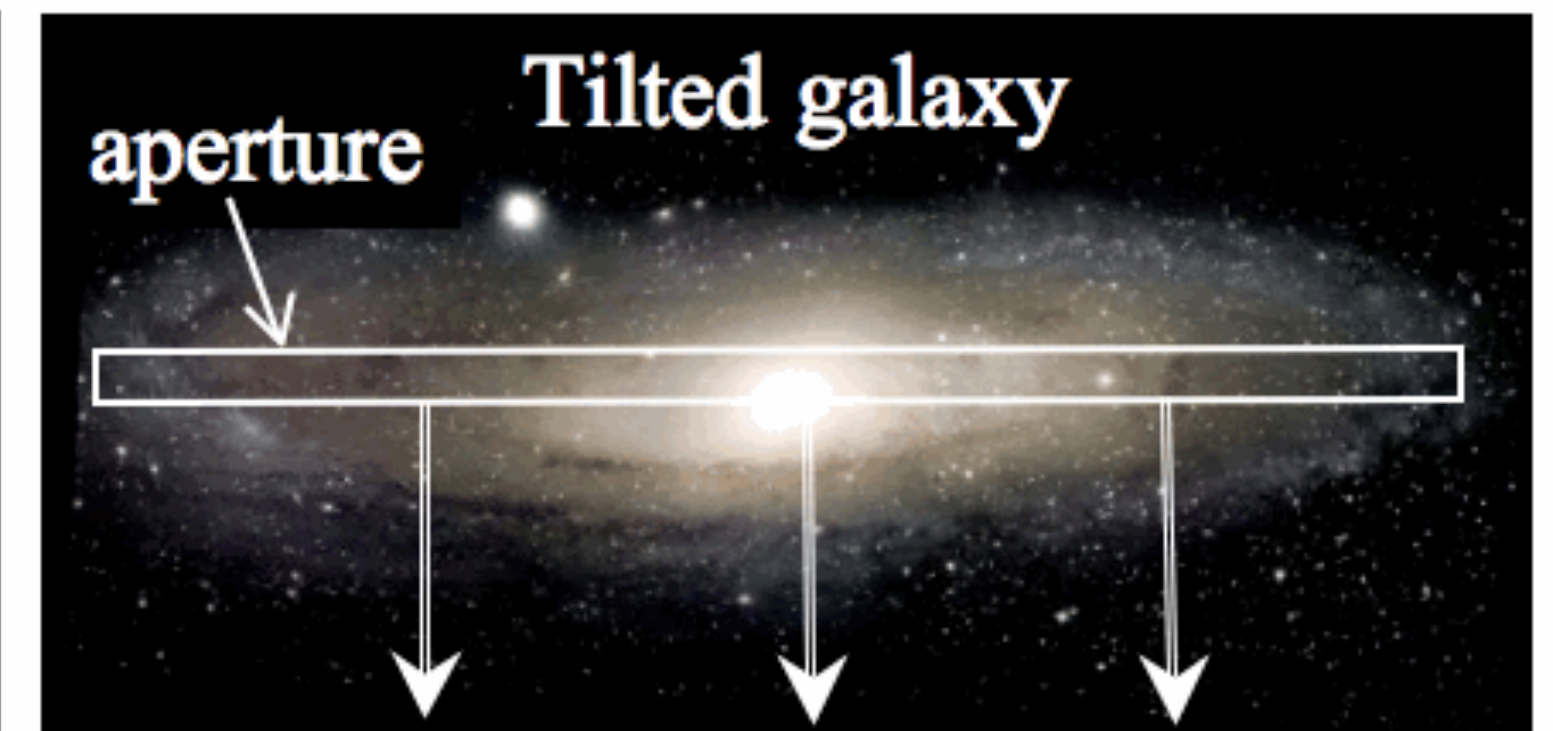
$$v_\theta = \omega_0 r$$

- La curva **azul** corresponde a rotación kepleriana

$$v_\theta = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$



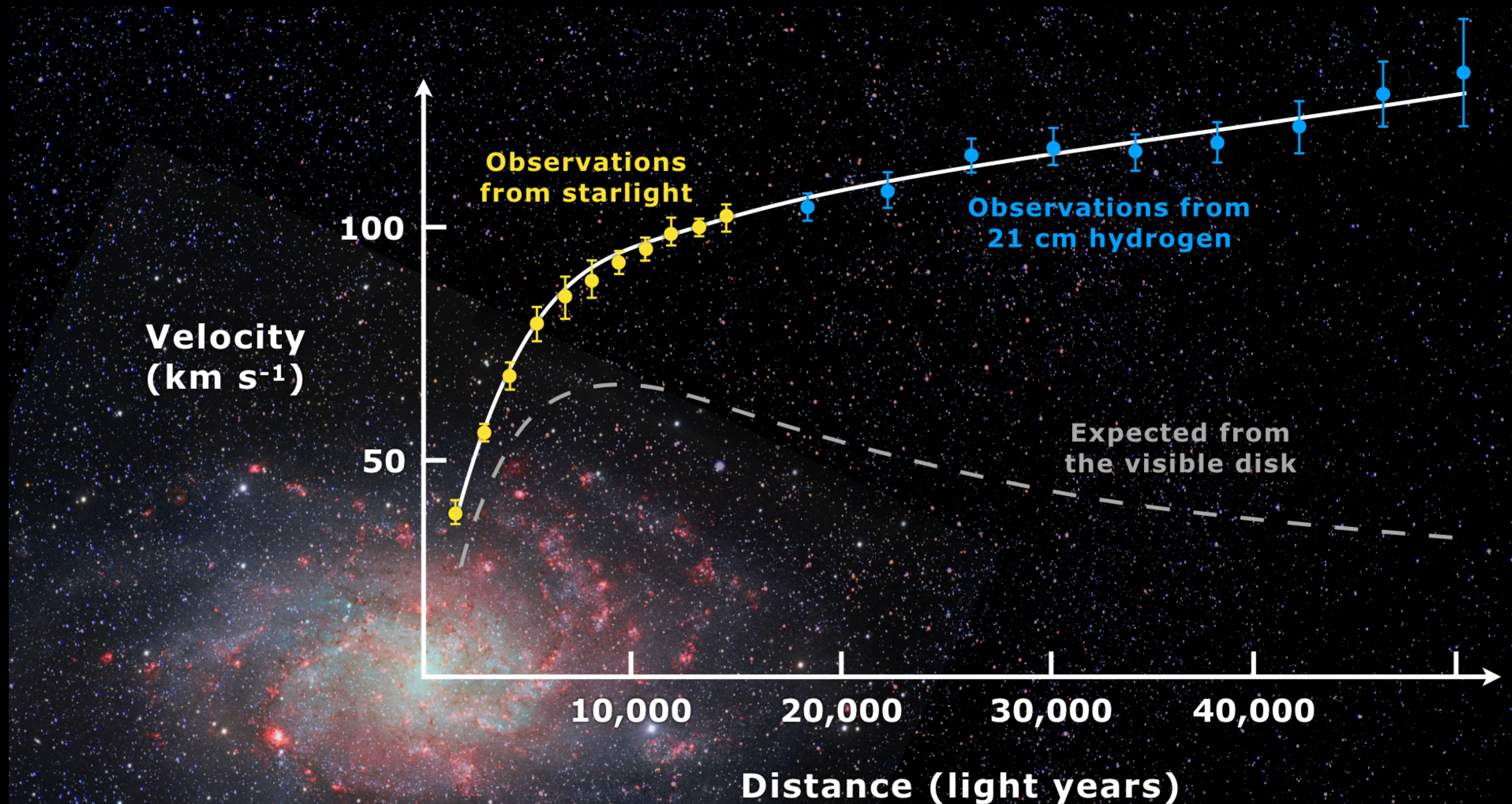
Vera Rubin measuring galaxy rotation curves (~1970)



Resulting spectrum of light within aperture

Curvas de rotación galáctica

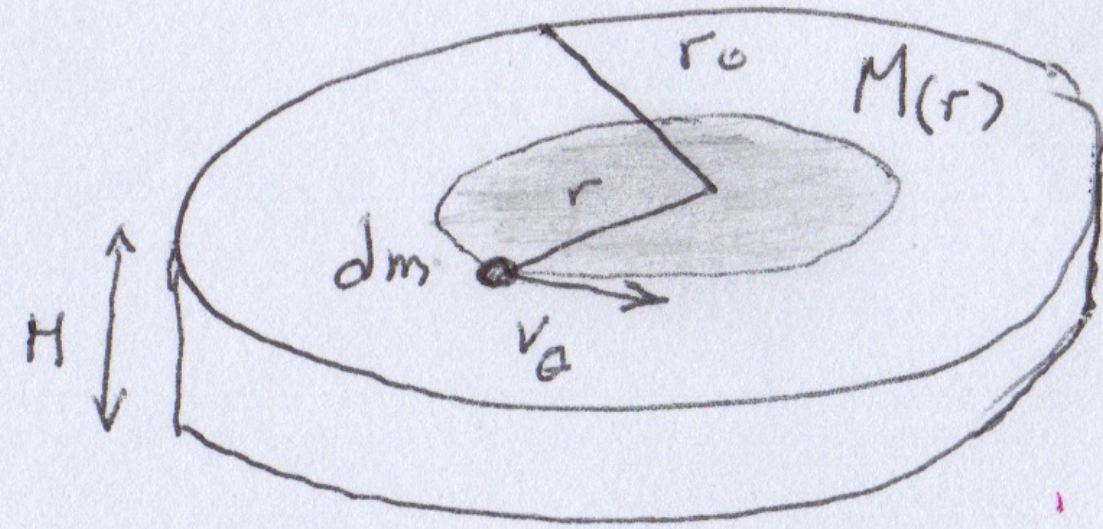
- Aquí podemos observar resultados mas recientes (año 2000) de la galaxia Messier 33. Las mediciones **amarillas** corresponden a velocidades radiales estelares, mientras que las **celeste** son de la linea de 21 cm de hidrogeno interestelar.
- La curva punteada **gris** es la correspondiente a la materia bariónica observada en el disco galáctico.



Materia Oscura

- El perfil de rotación de un disco autogravitante, se obtiene suponiendo axisimetría.

- La ecuación de Newton para un gramo de masa dm en movimiento circular



$$-\frac{GM(r)dm}{r^2} = -dm \frac{v_\theta^2}{r}$$

- Es decir que $v_\theta^2(r) = \frac{GM(r)}{r}$

donde $M(r) = 2\pi H \int_0^r dr r \rho(r)$

- A partir de observaciones, podemos estimar la distribución de masa bariónica (visible) en el disco

$$\rho(r) = \rho_{\text{estrellas}}(r) + \rho_{\text{gas}}(r) + \rho_{\text{polvo}}(r)$$

- Supongamos: $\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-a}$

$$\therefore M(r) = M_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2-a}, \quad M_0 = \frac{2\pi \rho_0 r_0^2 H}{2-a}$$

- Para esta distribución de materia bariónica, el perfil de rotación debería ser

$$v_\theta(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \rightarrow v_\theta(r) = \sqrt{\frac{GM_0}{r_0}} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{1-a}{2}}$$

- La discrepancia entre el perfil $v_\theta(r)$ observado y el calculado, indica que falta masa. Entonces se propone:

$$\rho(r) = \rho_{\text{barionica}}(r) + \rho_{\text{oscura}}(r)$$

- Si el perfil observado cumple $v_\theta(r) \sim \text{cte}$, entonces $a \approx 1 \rightarrow \rho_{\text{m.o.}}(r) \approx \rho_0 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-1}$

- La materia oscura solo se percibe por sus efectos gravitatorios, y debe ser el 85% de la masa total.