

Clase anterior

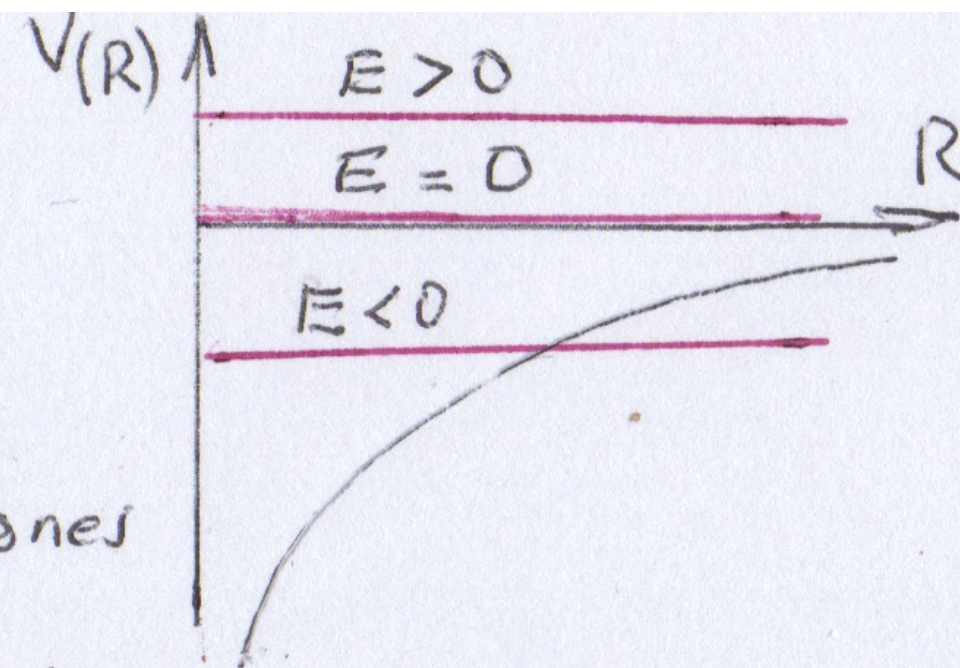
- Nociones de Cosmología. Algunas preguntas fundamentales.
- Estructura de Gran Escala. Principio Cosmológico (homogeneidad e isotropía).
- Expansión del Universo. Ley de Hubble.
- Modelo de expansión homogénea e isótropa.
- Modelos de Universos abiertos y cerrados. Modelo de Einstein-de Sitter.
- Parámetro de desaceleración y factor de densidad.

Modelos de Universos abiertos y cerrados

- A partir de la ecuación

$$\frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E$$

surgen tres tipos de evoluciones cualitativamente diferentes:



(i) $E > 0$

$$R \rightarrow \infty$$

$$\dot{R} \rightarrow \infty$$

$$t \rightarrow \infty$$

Universo abierto

(ii) $E = 0$

$$R \rightarrow \infty$$

$$\dot{R} \rightarrow 0$$

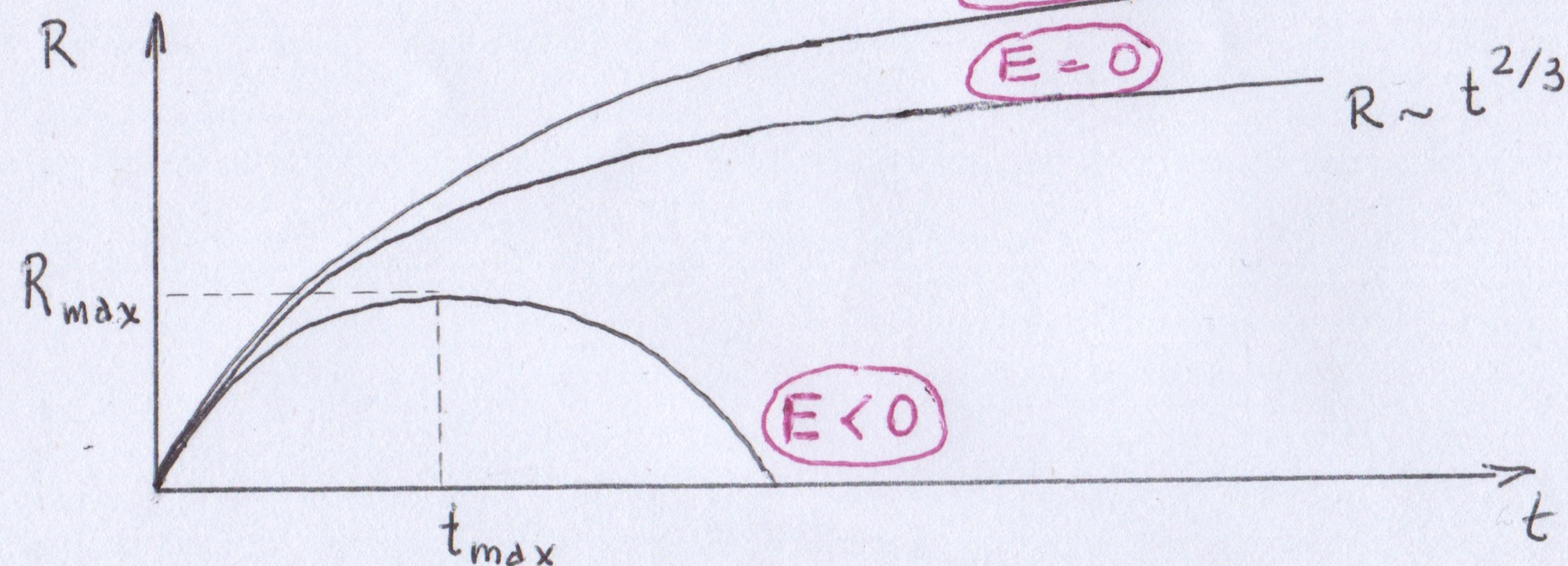
$$t \rightarrow \infty$$

Universo abierto crítico
Einstein-de Sitter

(iii) $E < 0$

$$R < R_{\max}$$

Universo cerrado



- Este Universo auto-gravitante se desacelera. Definimos el parámetro de desaceleración q .

$$q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2}$$

$$\ddot{R} = -\frac{GM_0}{R^2}$$

$$\dot{R} = RH$$

$$q = \frac{4\pi G\rho}{3H^2} \text{ Proporcional a } \rho$$

- Sería bueno clasificar Universos abierto/cerrado por su densidad, siendo EdS el caso crítico:

$$E = 0 \rightarrow H^2 = \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{2GM_0}{R^3} = \frac{8\pi G\rho_{\text{crit}}}{3}$$

- Definimos el factor de densidad Ω

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} \rightarrow \rho = \frac{3H^2}{8\pi G} \Omega$$

$$\text{Entonces } \frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E \rightarrow \frac{\dot{R}^2}{2} = E + \frac{H^2 R^2}{2} \Omega$$

$$\dot{R} = RH \rightarrow E = \frac{1-\Omega}{2} R^2 H^2$$

$\Omega < 1 \rightarrow$ abierto
 $\Omega = 1 \rightarrow$ EdS
 $\Omega > 1 \rightarrow$ cerrado

- Noten que $q = \frac{\Omega}{2}$

Evolución de la temperatura

- Para este tema (Cosmología no relativista) vengo siguiendo el libro de Battaner 1996 ("Astrophysical Fluid Dynamics", cap. 8).

- Si queremos estudiar la evolución de la temperatura, escribimos la ecuación de balance de calor:

$$\frac{3}{2} \frac{\rho k_B}{m_p} (\partial_t T + \underline{u} \cdot \underline{\nabla} T) = - \rho \underline{\nabla} \cdot \underline{u}$$

- Mantenemos por supuesto nuestras hipótesis de homogeneidad e isotropía. Para la presión suponemos dos escenarios:

(a) Universo dominado por materia

$$\rho = \frac{\rho k_B T}{m_p} \rightarrow \frac{3}{2} \frac{\rho k_B}{m_p} (\partial_t T + \underline{u} \cdot \underline{\nabla} T) = - \frac{\rho k_B T}{m_p} \underline{\nabla} \cdot \underline{u}$$

$\underline{\nabla} T = 0$
(homogeneo)

$$\left. \begin{array}{l} \underline{u} = H \underline{r} \\ \underline{\nabla} \cdot \underline{r} = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = -2H$$

$$H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \rightarrow TR^2 = \text{cte} \rightarrow T = T_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^2$$

(b) Universo dominado por radiación (se enfría)

$$p = \frac{4 \sigma T^4}{3c} \rightarrow \frac{3}{2} \frac{\rho k_B}{m_p} \frac{dT}{dt} = - \frac{4 \sigma T^4}{3c} \cdot 3H$$

σ : Stefan-Boltzmann

Ahora usamos que $\rho = \rho_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3$ y que $H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$

$$\text{Entonces: } \left[\frac{3}{8} \frac{k_B c}{m_p \sigma} \rho_0 R_0^3 \right] \frac{1}{T^4} \frac{dT}{dt} = - R^2 \frac{dR}{dt}$$

$$\text{Probamos } T \sim R^a \rightarrow a = -1 \rightarrow TR = \text{cte}$$

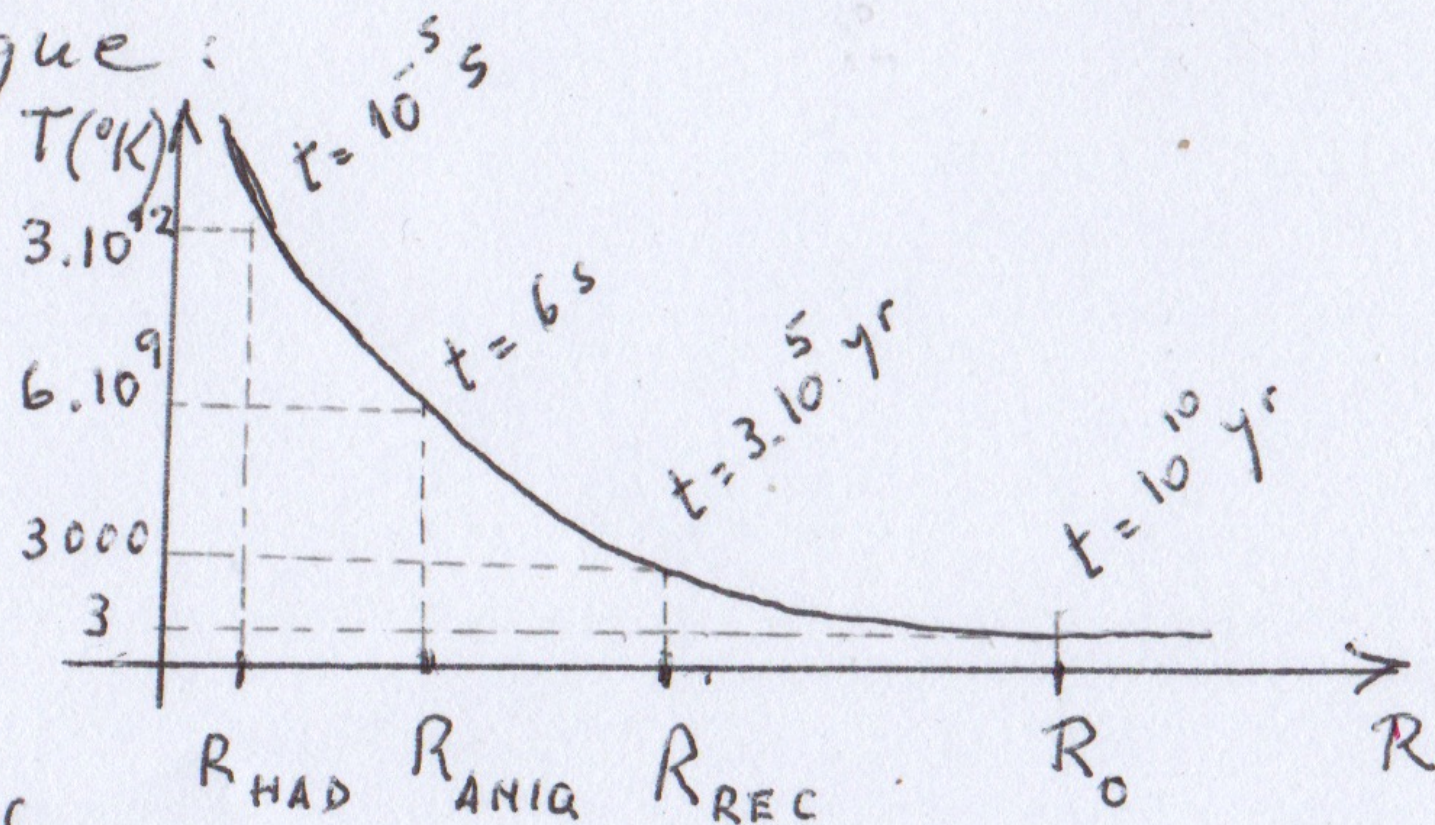
$$\therefore T = T_0 \left(\frac{R_0}{R} \right) \quad (\text{se enfría, pero menos})$$

Epocas del Universo

- Pese a lo simple del modelo, intentemos ver como se veía el Universo si retrocedemos en el tiempo, usando que:

$$T = T_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)$$

$$R = R_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{2/3}$$



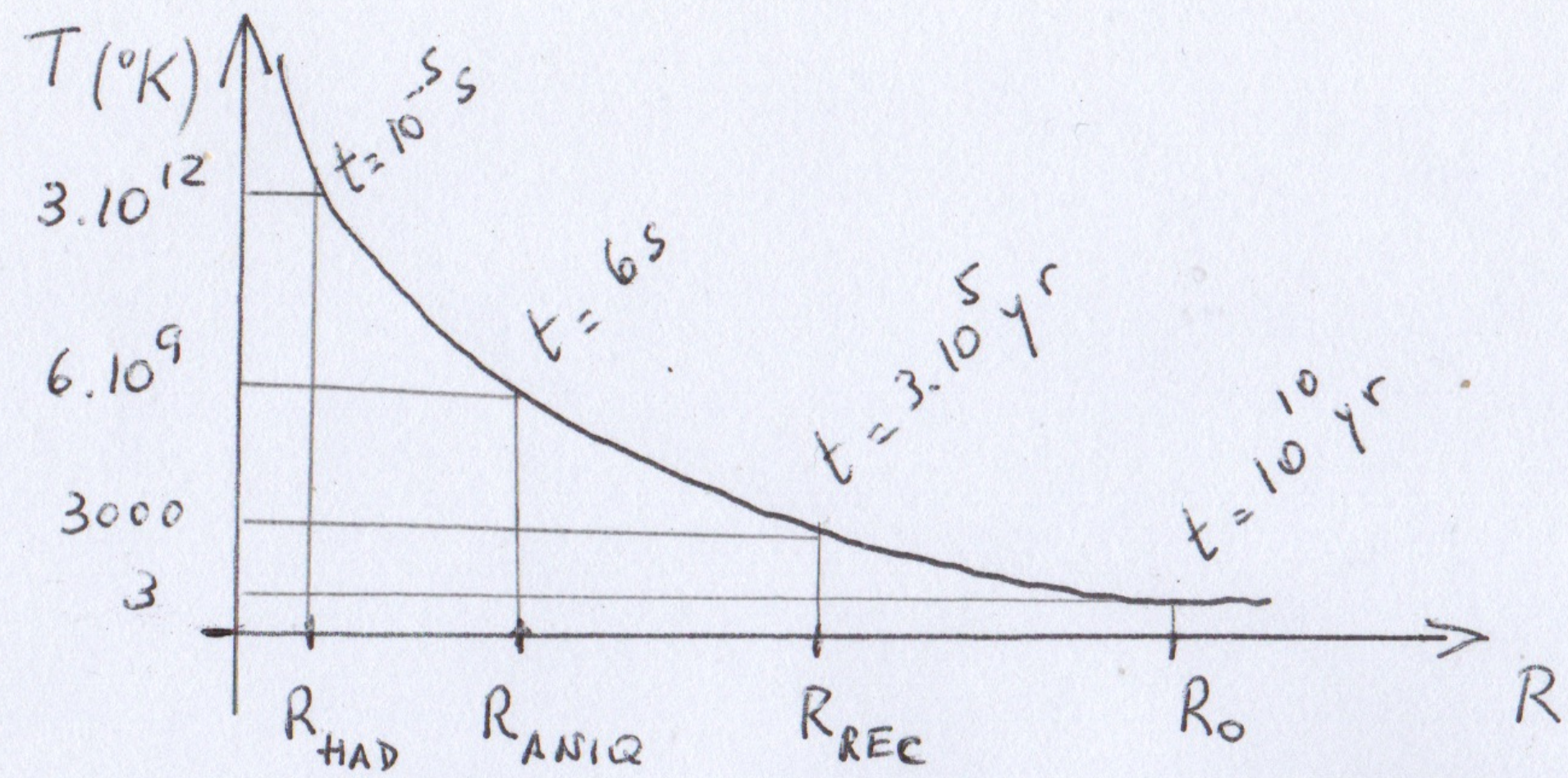
- El Universo hoy está lleno de átomos formados en estrellas, pero H y He son primordiales.
- Hacia el pasado T crece. Para $T_{REC} \sim 3000K$ cruzamos la era de recombinación, donde e^- libres condensaron en átomos neutros de H. Cuando fue eso?

$$\frac{R_{REC}}{R_0} \sim \frac{T_0}{T_{REC}} \sim \frac{3K}{3000K} \sim 10^{-3}$$

$$\frac{R_{REC}}{R_0} \sim \left(\frac{t_{REC}}{t_0} \right)^{2/3} \sim 10^{-3} \quad \xrightarrow{t_0 \sim 10^{10} \text{ yr}} \quad t_{REC} \sim 3 \cdot 10^5 \text{ yr}$$

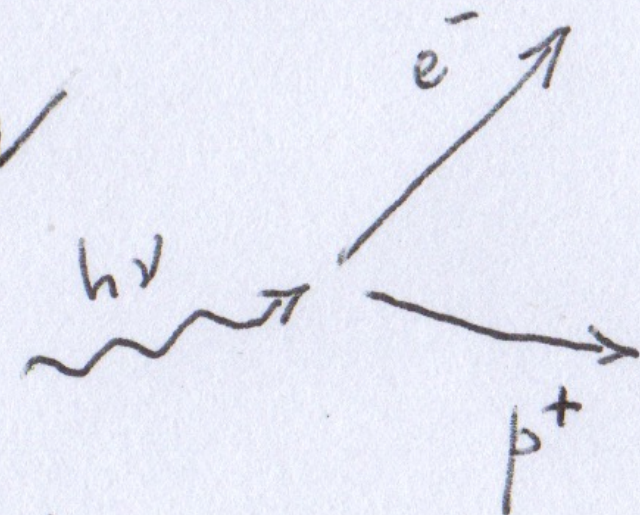
- Ocurrió aprox. $3 \cdot 10^5 \text{ yr}$ después del Big Bang cuando el Universo era mil veces más pequeño.
- Antes de eso radiación y materia estaban acoplados y posiblemente en equilibrio termodinámico, pero en t_{REC} los e^- libres quedaron ligados y el Universo se volvió transparente.
- El espectro de radiación quedó entonces congelado, con un cuerpo negro de $3000K$ (infrarrojo), el cual se fue enfriando por expansión, hasta los $3K$ actuales (microondas).
- Ese espectro de radiación de gran escala, correspondiente a un cuerpo negro de $3K$ y además homogéneo e isotrópico, es lo que conocemos como radiación de fondo de microondas.
- La materia se desacopló de la radiación. Los grumos sobredensos y autogravitantes formaron galaxias. La expansión las separó a distancias de 10^3 veces su tamaño.

Epocas del Universo



- Si seguimos retrocediendo en el tiempo, el Universo debió alcanzar la era de aniquilación, con una $T_{ANIQ} \sim 6.10^9 K$ correspondiente a la energía de creación de pares $e^- - p^+$, es decir

$$k_B T_{ANIQ} \approx m_e c^2 \approx 511 \text{ keV}$$



- Cuando ocurrió?

$$\frac{R_{ANIQ}}{R_0} \sim \frac{T_0}{T_{ANIQ}} \sim \frac{3 K}{6.10^9 K} \sim 5.10^{-10}$$

$$t_{ANIQ} \sim 6 s \quad (\text{con modelos mas precisos})$$

- Además de crear e^- y p^+ a partir de fotones UV, en esa época se produjo nucleosíntesis de He, es decir, crear nucleos de He (partículas α) a partir de dos protones mas dos neutrones.

- Yendo aun mas atrás en el tiempo, apenas $10^{-5} s$ despues del Big Bang, la temperatura era

$$k_B T_{HAD} \sim 1 \text{ GeV} \sim 3.10^{12} K \sim m_p c^2$$

A esas energias se producen hadrones a partir de quarks.

- Antes de eso, el Universo se supone formado por una sopa de quarks y gluones, en la llamada era de los quarks.

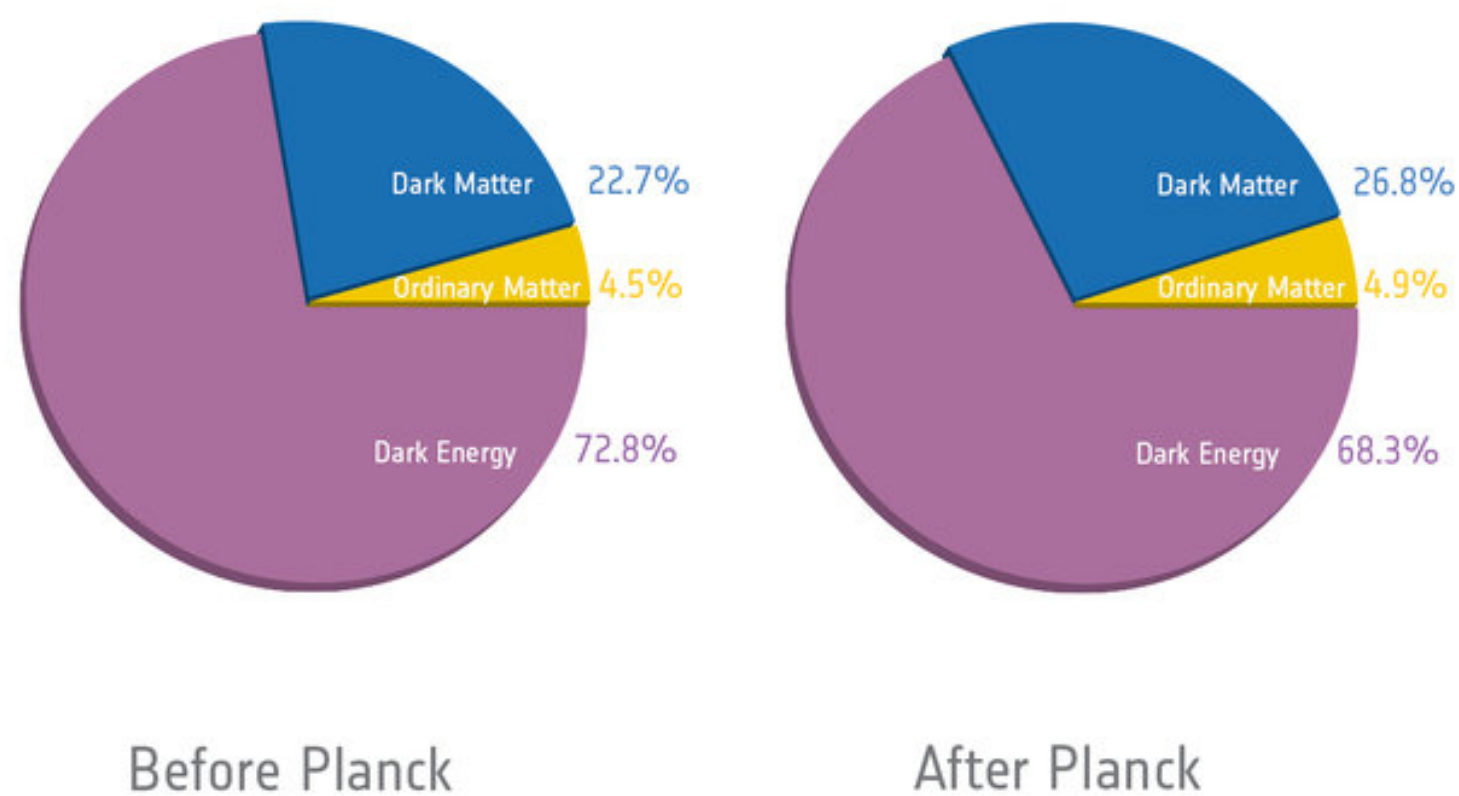
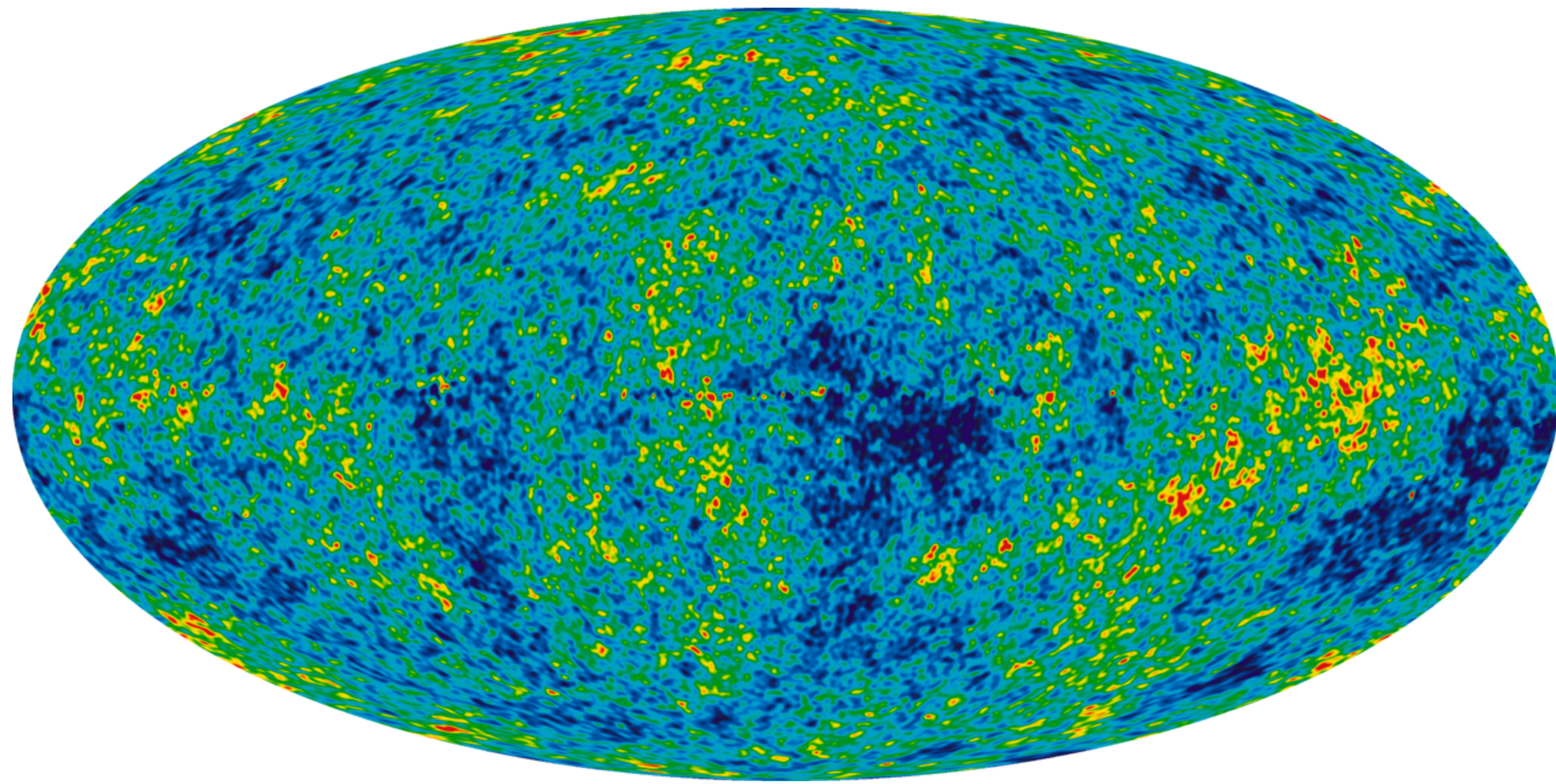
- Cerca del Big Bang, se requiere incorporar Relatividad General y Mecánica Cuántica para una descripción adecuada.

La teoría del Big Bang



Radiación de fondo de microondas

- La radiación de fondo de microondas fue observada por Penzias y Wilson en 1965.
- Corresponde a emisión de cuerpo negro casi perfecto de $T_{CMB} = 2.725 \text{ K}$.
- Este resultado fue confirmado por los satélites COBE (1989), WMAP (1996) y Planck (2009).
- Se verifica además un altísimo grado de isotropía, con $\Delta T_{CMB} = 18 \mu K$.
- De un estudio detallado de las pequeñas anisotropías, se puede estimar el contenido de materia oscura.



- Estos resultados son consistentes con el modelo cosmológico Λ CDM, que corresponde a un Universo con constante cosmológica (energía oscura) y compuesto por materia oscura fría (CDM) y algo de materia bariónica.
- La constante cosmológica Λ en las ecs. Einstein representa la energía de vacío distribuida espacialmente en ausencia de materia. Esa energía es opuesta a la gravedad y provoca la expansión acelerada en la época actual.

Epocas del Universo

