

Astrofísica - 1er Cuatrimestre 2022

Práctica 7: Campos Magnéticos

Problema 1. Rehaga el ejercicio 2 de la práctica 5 (excepto el punto a), considerando ahora que el medio interestelar se encuentra inmerso en un campo magnético de magnitud B . Esto implica agregar al miembro derecho de la ecuación de la presión un término adicional debido a la fuerza magnética. Considere que las líneas de campo están congeladas en el material, por lo que el flujo magnético $\phi \propto BR^2$ se conserva. ¿Cuál es el efecto del campo magnético sobre la inestabilidad de Jeans?

Problema 2. Linealice las ecuaciones MHD incompresibles e ideales alrededor de equilibrios estáticos ($\vec{u}_0 = 0$) y espacialmente homogéneos ($\rho_0 = \text{cte}$, $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$ con $B_0 = \text{cte}$).

(a) Suponga perturbaciones de la forma $\delta \vec{u}, \delta \vec{B} \approx \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$ y muestre que la relación de dispersión que se obtiene es

$$\omega^2 = k_z^2 v_A^2 \quad ,$$

donde $v_A = B_0 / \sqrt{4\pi\rho}$ es la velocidad de Alfvén.

(b) Discuta si las ondas de Alfvén son longitudinales o transversales, y si son o no son dispersivas.

Problema 3. Reconexión de Sweet-Parker. (a) Enuncie las varias hipótesis involucradas en la derivación del modelo de reconexión de Sweet-Parker.

(b) Derive la ley de escalas de este modelo de reconexión, es decir

$$M = \frac{U_{in}}{V_A} = \frac{\lambda}{L} = S^{-\frac{1}{2}} \quad ,$$

donde U_{in} es la velocidad de entrada del material a la zona de reconexión, de tamaño $(2\lambda) \times (2L)$, V_A es la velocidad de Alfvén y S es el número de Lundquist.

Problemas adicionales

Problema 4. Considere un pulsar con masa M y radio R , que rota con un período $P = 2\pi/\omega$, que cambia con una velocidad $\dot{P} > 0$. El pulsar tiene un campo magnético $B(r, \theta)$ que puede suponerse el de un dipolo \vec{m} (r y θ son las coordenadas esféricas usuales, considere $\vec{m} = m\hat{z}$).

(a) Halle $B(R, \theta)$ suponiendo que el frenado se debe a la transformación de energía rotacional en radiación dipolar magnética, cuya potencia total viene dada por

$$\mathcal{P} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\omega^4}{12\pi c^2} |\vec{m}|^2 \quad ,$$

donde μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica del vacío respectivamente, y c la velocidad de la luz.

(b) Calcule $B(R, 0)$ para $M = 1.4 M_\odot$, $R = 10$ km, $P = 0.1$ s y $\dot{P} = 10^{-13}$.

(c) Halle el cociente entre la fuerza gravitatoria y la fuerza de Lorentz debida al campo magnético que

se ejerce sobre un protón que se mueve con una velocidad $v = 1000 \text{ kms}^{-1}$ en la superficie del pulsar. ¿Qué conclusiones obtiene?

Problema 5. Suponga la colisión de dos tubos de flujo cilíndricos de radio R y longitud L , campo axial uniforme $\pm B_0$ y densidad ρ_0 .

- (a) Estime la energía magnética total de todo el sistema en función de los datos mencionados.
- (b) Si estos tubos se aproximan mutuamente a velocidad U_{in} , estime la energía magnética procesada por unidad de tiempo. Utilice el método de Sweet-Parker para expresar la potencia disipada en términos del número de Lundquist.
- (c) En las fulguraciones solares más grandes se observa la liberación de unos 10^{31} erg en tiempos de 100 - 1000 seg. Suponiendo valores típicos de $B_0 \sim 1000$ Gauss, $\rho \sim 10^{-13} \text{ g/cm}^3$, $R \sim 5 \times 10^3$ km, $L = 10^5$ km y $S \sim 10^{10} - 10^{12}$, discuta la factibilidad del escenario de Sweet-Parker para explicar estas fulguraciones.