

Clase anterior

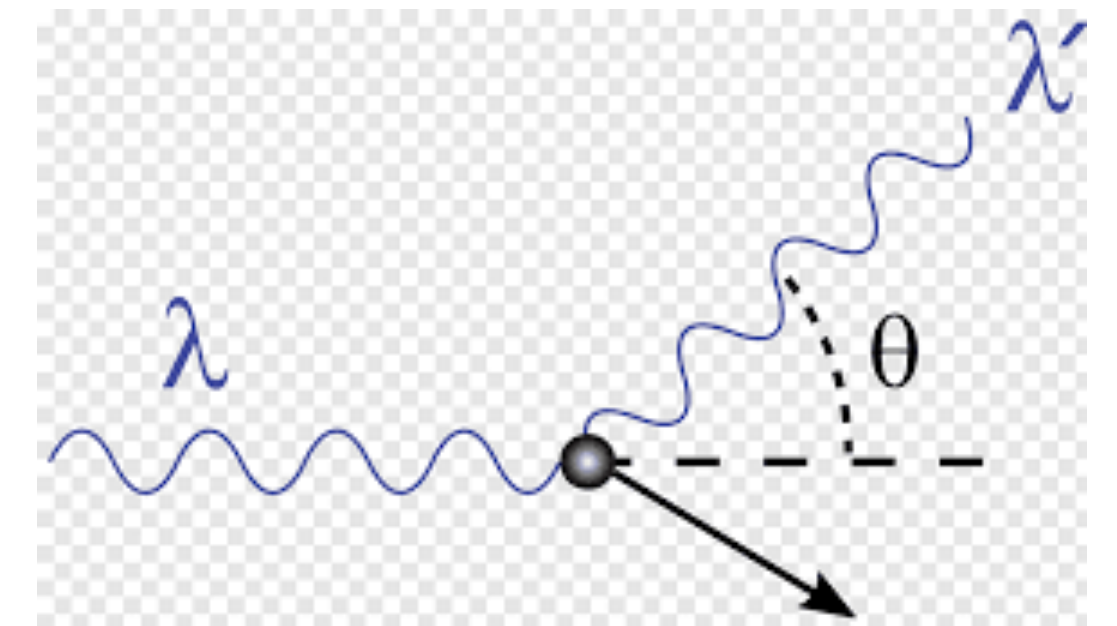
- Ecuación de transporte: atmósfera plano-paralela
- Aproximación de Eddington-Barbier.
- Ejemplo de aplicación: oscurecimiento del limbo solar (limb darkening).
- Nociones de equilibrio termodinámico y equilibrio termodinámico local (ETL).
- Aproximación de difusión.
- Cálculo del flujo de radiación en la aproximación de difusión.

Atmósfera gris

- Otra aproximación habitual en la resolución del transporte de radiación, es la de la llamada **atmósfera gris**.
- Corresponde a la suposición de coeficientes de absorción, emisión y scattering independientes de la frecuencia. Esto no es cierto en ninguna atmósfera estelar real, pero la aproximación sirve para ganar intuición en el problema.
- Tal vez el único proceso de interacción radiación-materia que podemos considerar independiente de la frecuencia, es el llamado scattering de Thomson.

Scattering de Thomson

Consiste en la deflexión de un fotón por una partícula cargada en el límite de bajas energías, tal que $h\nu \ll mc^2$.
La sección eficaz diferencial es $\sigma(\Omega) = \frac{e^4}{m^2c^4} \sin^2 \theta$ y la sección total es $\sigma = \int \sigma(\Omega) d\Omega = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2c^4}$.
Como la sección eficaz es inversa al cuadrado de la masa, el efecto es más intenso con los electrones.



- La aproximación de atmósfera gris provee una descripción gruesa del espectro continuo.
- La ecuación de transporte general es
$$\partial_t I_\nu + c\hat{n} \cdot \nabla I_\nu = \rho\kappa_\nu (S_\nu - I_\nu)$$
- En virtud de esta aproximación, la opacidad κ_ν es independiente de la frecuencia, podemos integrar la ecuación en frecuencia y
$$\partial_t I + c\hat{n} \cdot \nabla I = \rho\kappa (S - I)$$

donde $I = \int_0^\infty d\nu I_\nu$ es la intensidad de radiación en todo el espectro.

Atmósfera gris

Pero cuánto vale K ?

Parece razonable definir una opacidad media

como
$$\int_0^{\infty} d\nu K_{\nu} I_{\nu} = K \int_0^{\infty} d\nu I_{\nu}$$

Desde luego no conocemos I_{ν} . Una suposición

habitual es usar $I_{\nu} \sim B_{\nu}$ para calcular K , que

en esta aproximación se llama opacidad media de Planck

$$K_{\text{Planck}} = \frac{\int_0^{\infty} d\nu K_{\nu} B_{\nu}}{\int_0^{\infty} d\nu B_{\nu}}$$

Lo mismo podemos hacer con los demás coeficientes que puedan aparecer:

$$\partial_t I + c \hat{n} \cdot \nabla I = \rho (e_{\text{Pl}} + \sigma_{\text{Pl}} J - K_{\text{Pl}} I)$$

Si en cambio utilizamos la aproximación de difusión

$$I_{\nu} \approx B_{\nu} - \frac{c \hat{n} \cdot \nabla B_{\nu}}{\rho K_{\nu}}$$

corresponde definir la opacidad media de Rosseland

$$\frac{1}{K_{\text{Ross}}} \int_0^{\infty} \nabla B_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{1}{K_{\nu}} \nabla B_{\nu} d\nu$$

Podemos calcular el flujo total de radiación en términos de esta opacidad:

$$\tilde{q} = \int_0^{\infty} q_{\nu} d\nu = - \frac{4\pi c}{3\rho} \int_0^{\infty} \frac{1}{K_{\nu}} \nabla B_{\nu} d\nu$$

Usamos que
$$\int_0^{\infty} B_{\nu} d\nu = \frac{\sigma T^4}{4\pi}$$

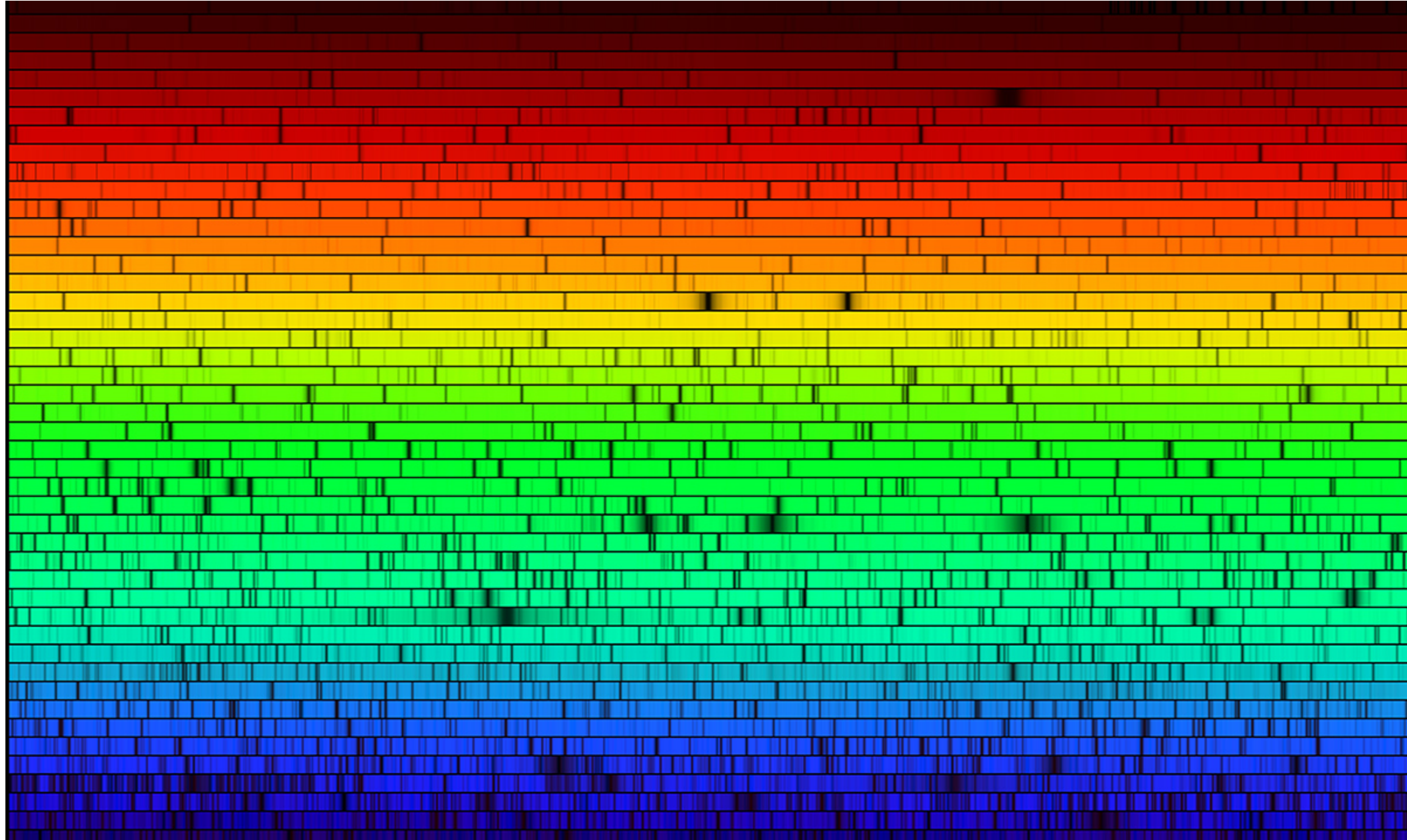
y obtenemos

$$\tilde{q} = - \frac{4\sigma c}{3\rho K_{\text{Ross}}} T^3 \nabla T$$

donde $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \text{K}^4 \text{s}}$; cte. Stefan-Boltzmann

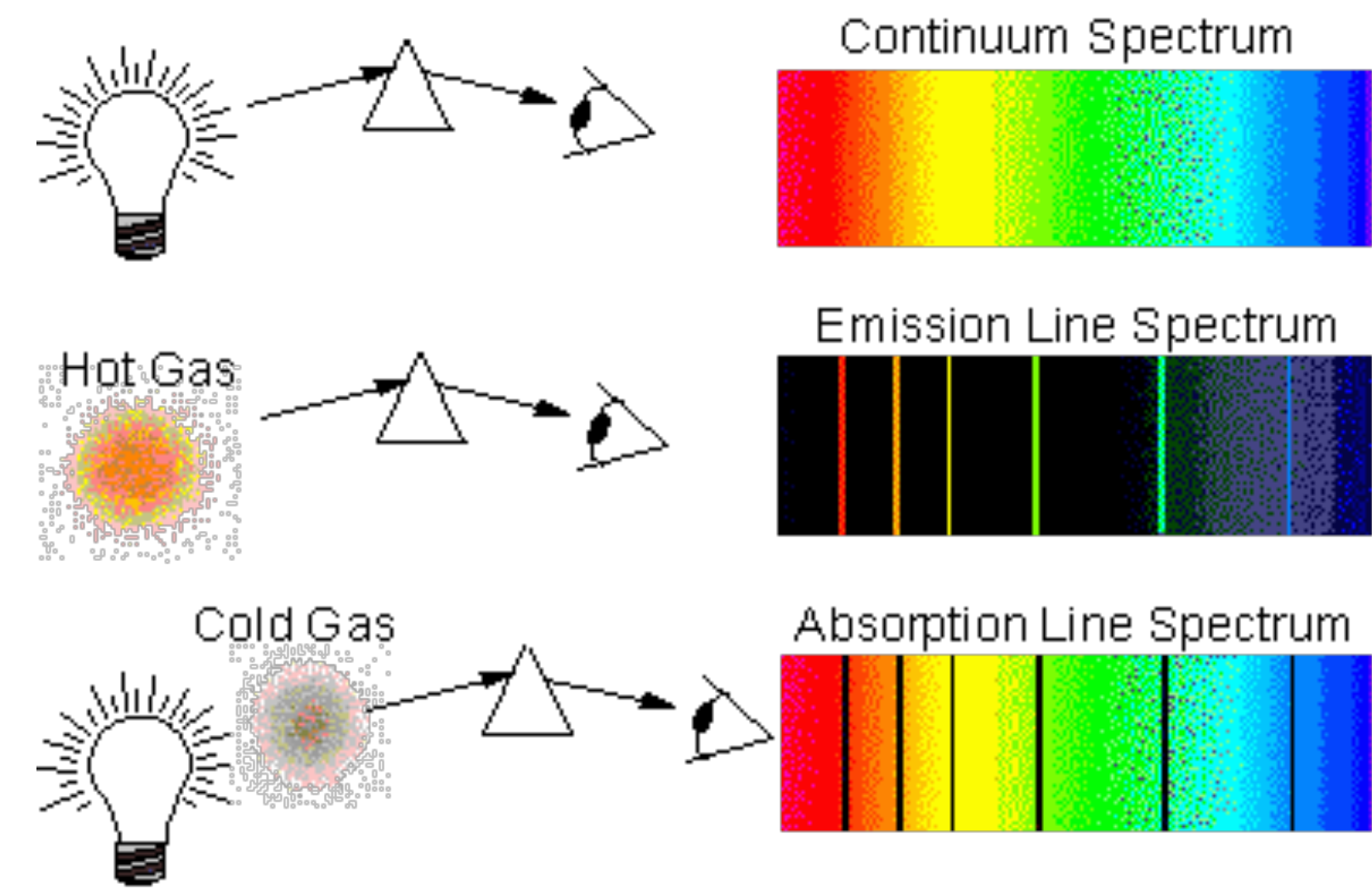
Líneas espectrales: espectro solar

Rango visible del espectro solar entre 4000 y 7000 Å obtenido en el Observatorio de Kitt Peak (US). Cada franja horizontal barre un rango espectral de 60 Angstrom. Se observan cientos de líneas espectrales en absorción.



Formación de líneas espectrales

- Una fuente luminosa emite un espectro que contiene una componente continua a la cual se superponen líneas espectrales.
- Un gas incandescente y tenue produce **líneas de emisión**, mientras que si ese mismo gas se interpone a una fuente mas luminosa, producirá **líneas de absorción**.
- La emisión se produce por desexcitación entre niveles atómicos.
- La absorción en cambio, se debe a la excitación entre esos mismos dos niveles.
- Esos procesos atómicos están tenidos en cuenta al calcular coeficientes de absorción y emisión.

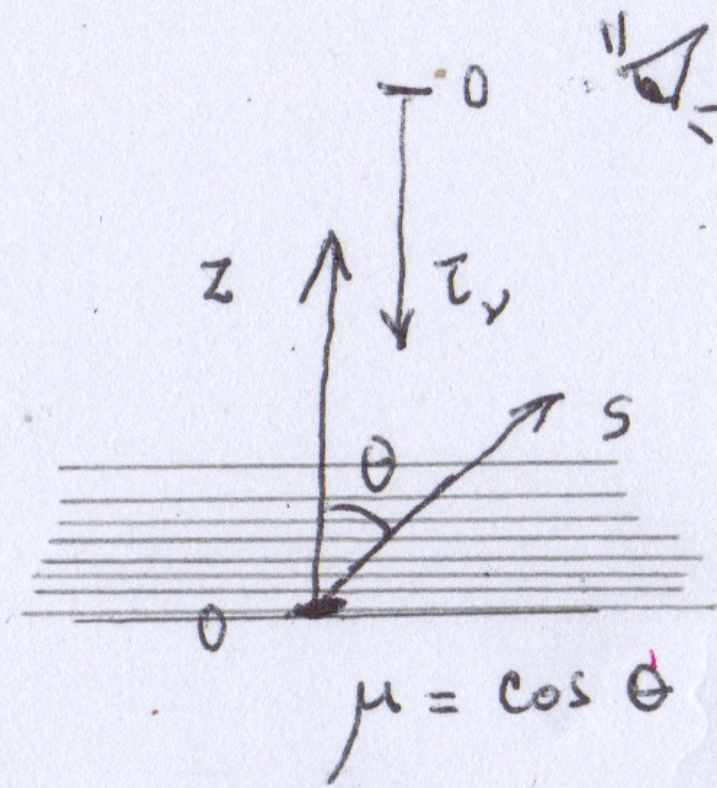


Partimos de la solución para atmósferas plano-paralelas

$$I_\nu(\tau_\nu, \mu) = \int_{\tau_\nu}^{\infty} \frac{dt}{\mu} S_\nu(t) e^{-\frac{t-\tau_\nu}{\mu}}$$

Si suponemos que cada capa $z = cte$ tiene $T(z)$ y se comporta como un cuerpo negro $B_\nu(T(\tau))$ entonces

$$S_\nu(t \sim \tau_\nu) \approx B_\nu(\tau_\nu) + (t - \tau_\nu) \left. \frac{dB_\nu}{dt} \right|_{\tau_\nu} + \dots$$

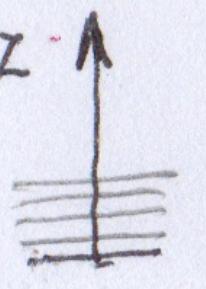


Reemplazando en la integral, obtenemos (verifiquenlo)

$$I_\nu(\tau_\nu, \mu) = B_\nu(\tau_\nu) + \mu \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} \quad -\Delta-$$

Analicemos el caso $\theta = 0$ ($\mu = 1$) y evaluemos en la posición del observador ($\tau_\nu = 0$)

$$I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu = 1) = B_\nu(\tau = 0) + \left. \frac{dB_\nu}{d\tau} \right|_{\tau = 0}$$



Formación de líneas espectrales

- Noten que el resultado anterior también corresponde al desarrollo a primer orden de $B_\nu(\tau)$ alrededor de $\tau=0$ y evaluado en $\tau=1$, es decir

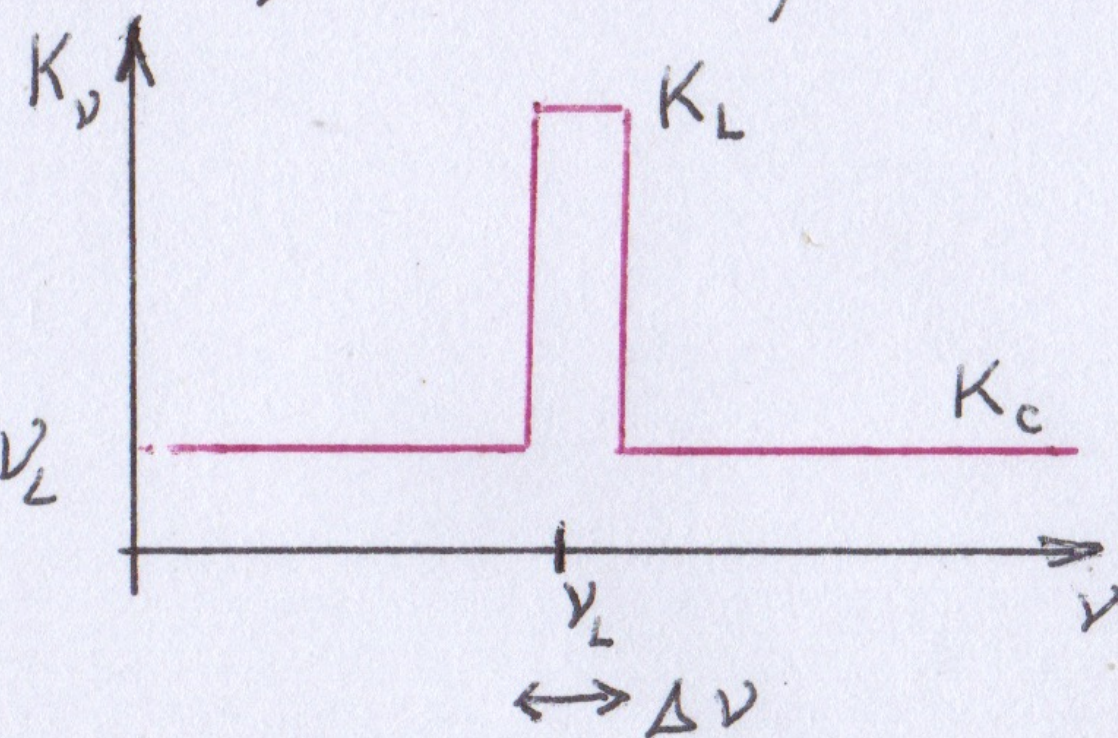
$$B_\nu(\tau=1) \approx B_\nu(\tau=0) + \left. \frac{dB_\nu}{d\tau} \right|_{\tau=0} \cdot 1$$

- Por lo tanto

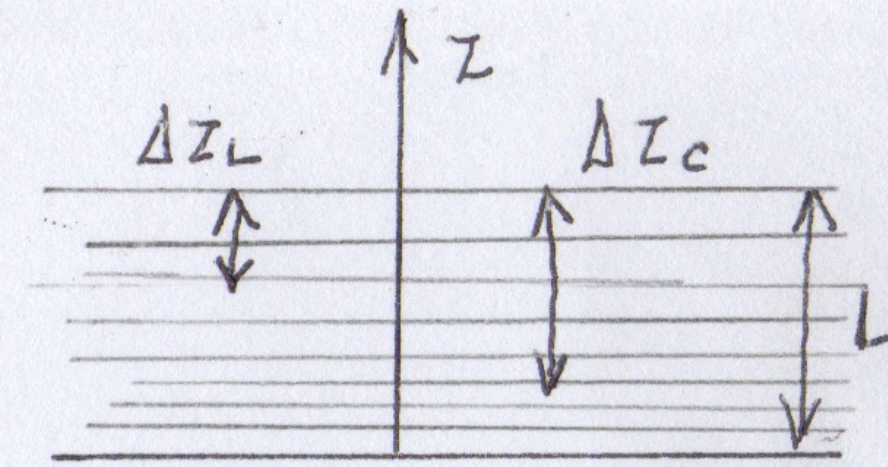
$$I_\nu(\tau_\nu=0, \mu=1) \approx B_\nu(\tau_\nu=1)$$

- La intensidad de radiación I_ν a la frecuencia ν es aprox. igual a la función de Planck de la capa a la profundidad $\tau_\nu=1$ a esa frecuencia

- Supongamos un modelo sencillo de opacidad cerca de una línea a la frecuencia ν_L con ancho espectral $\Delta\nu$.



- Siendo que $\tau = \frac{\rho K}{c} \Delta z$ (suponiendo ρ, K indep z) y para una atmósfera de profundidad L , analicemos los dos casos:

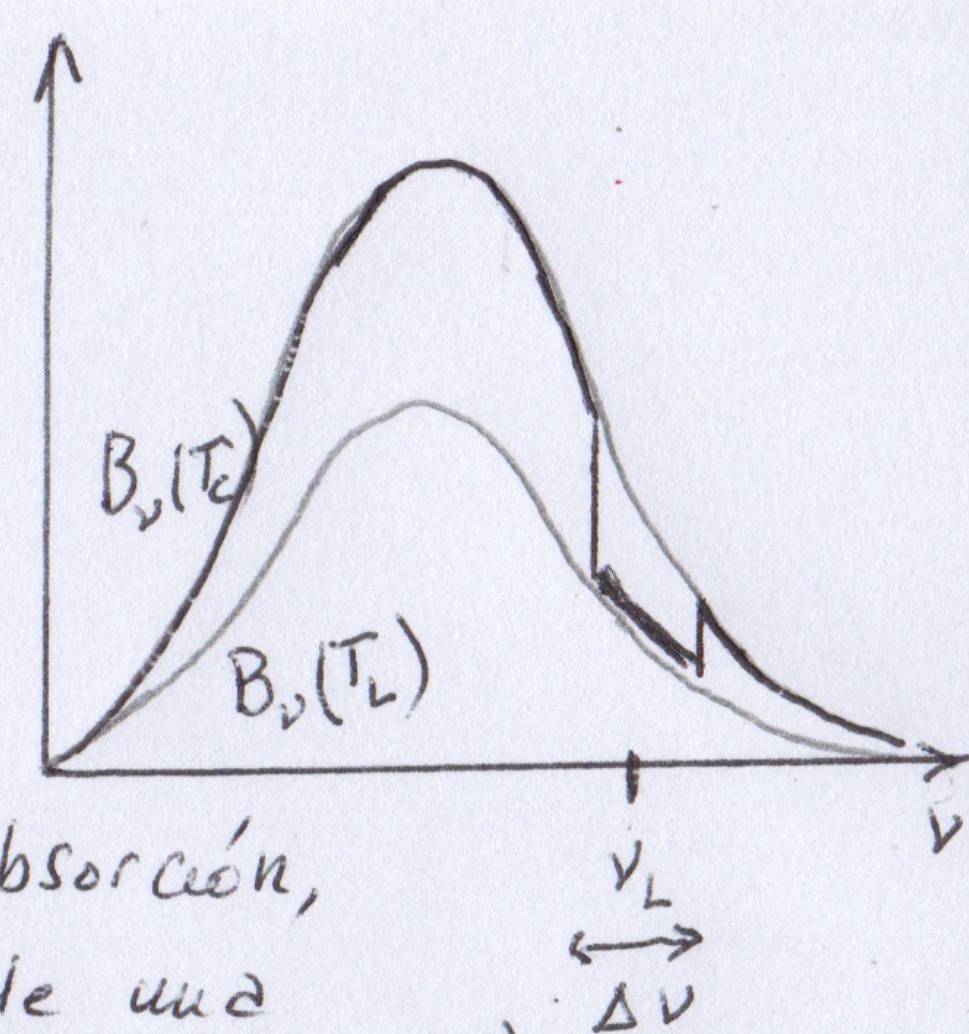


continuo: $|\nu - \nu_L| > \Delta\nu \rightarrow \tau_C = 1 = \frac{\rho K_C}{c} \Delta z_C \rightarrow \Delta z_C = \frac{c}{\rho K_C}$

línea: $|\nu - \nu_L| \leq \Delta\nu \rightarrow \tau_L = 1 = \frac{\rho K_L}{c} \Delta z_L \rightarrow \Delta z_L = \frac{c}{\rho K_L}$

- Como $K_L \gg K_C \rightarrow \Delta z_L \ll \Delta z_C$. Es decir que los fotones de la línea vienen de capas más altas.

- Suponiendo un perfil $T(z)$ I_ν decreciente, podemos construir el espectro a partir de $B_\nu(\tau_C)$ (a la profundidad Δz_C) y de $B_\nu(\tau_L)$ (a la profundidad Δz_L).



- En este caso la línea es de absorción, ya que sus fotones provienen de una capa más fría que el continuo ($T_L < T_C$).