# Clase anterior

- Cinemática y dinámica de galaxias.

- Relación de Faber-Jackson para galaxias elípticas (luminosidad vs. vel. dispersión).

- Relación de Tully-Fisher para galaxias espirales (luminosidad vs. vel. rotación).

- Equilibrios axisimetricos en discos delgados y estabilidad.

- Ondas espirales en discos delgados.

# Nociones de Cosmología

- La **Cosmología** tiene como objeto de estudio nada menos  que el Universo.

- Busca responder algunas preguntas fundamentales como:

    - ☑ Cual es la **forma** del Universo ?

    - ☑ Cual es el **tamaño** del Universo?

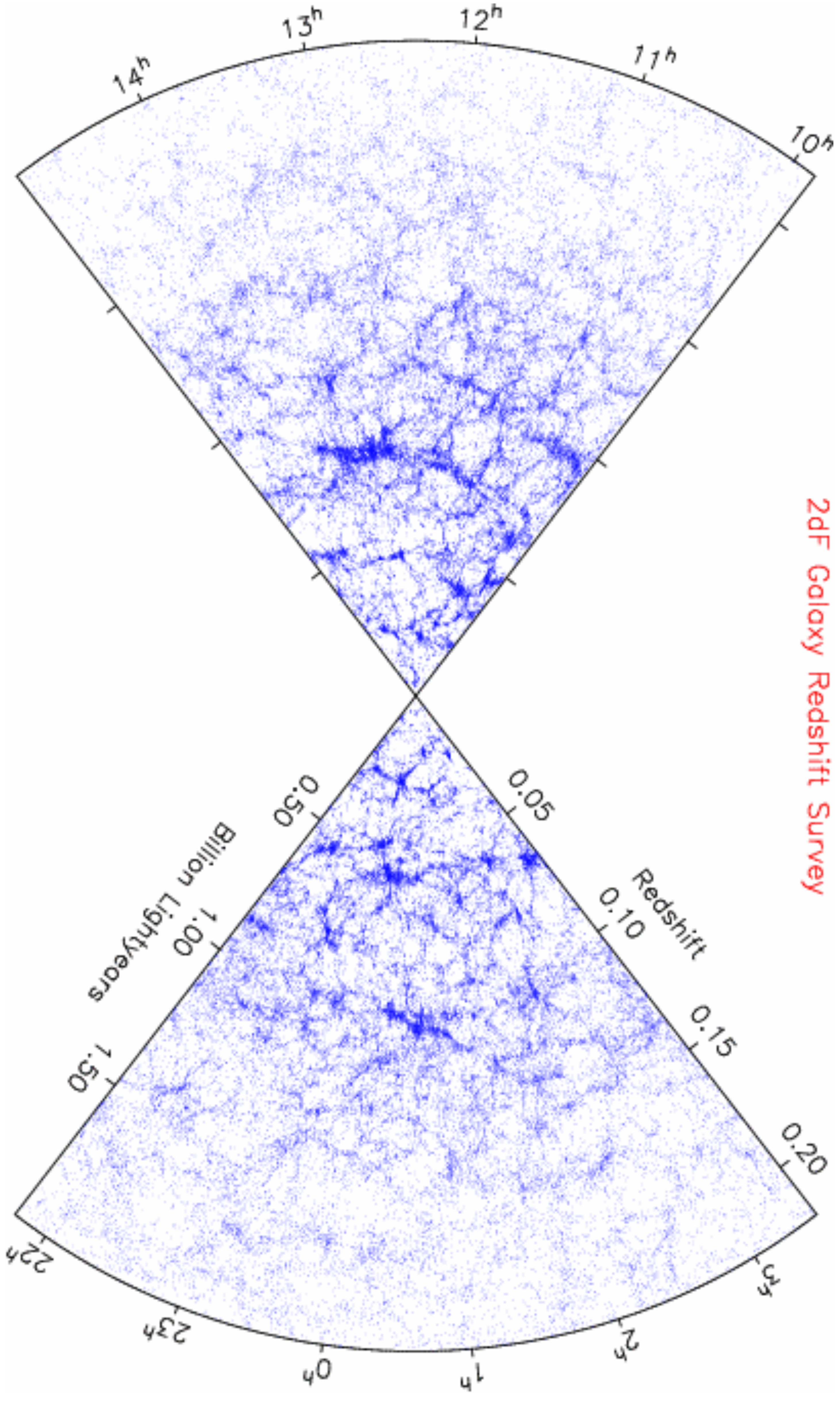
    - ☑ Cual es la **edad** del Universo?

- Para el abordaje de estas preguntas, se utilizan dos métodos: <u>observacional</u> y <u>teórico</u>.

- Ambos métodos (al igual que en el resto de la Física) se complementan mutuamente, ya que las observaciones deben ser interpretadas y las predicciones teóricas contrastadas con observaciones.

# Principio cosmológico

- En el marco de la física no relativista, el **Principio Cosmológico** (PC) establece que el Universo a gran escala es espacialmente **homogeneo** e **isótropo**.
- Con *"estructura de gran escala"* nos referimos a tamaños mucho mayores que los cúmulos de galaxias (Mpc) y algo mayores que la estructura tipo esponja que muestra la Figura, con escalas de unos pocos cientos de Mpc.
- La **homogeneidad** espacial requiere que nosotros, como observadores newtonianos, frente a cualquier traslación vemos las mismas propiedades físicas. Diremos que la estructura de gran escala del Universo es invariante frente a traslaciones.
- En el mismo sentido, la **isotropía** del Universo implica que la estructura de gran escala es invariante frente a rotaciones.
- El **Principio Cosmológico Perfecto** (PCP) agrega la hipótesis de homogeneidad temporal, es decir, la invariancia frente a traslaciones temporales.
- El **PCP** ha sido virtualmente descartado, ya que implica un Universo eterno (sin inicio ni final) que es incompatible con la existencia de un **Big Bang** , con las observaciones de radiación cósmica de fondo y otras evidencias observacionales.
- El **PC**, en cambio, no presenta incompatibilidades manifiestas con observaciones.




Distribución de galaxias del survey 2dF (campo de 2° × 2°) finalizado en 2003

# Ley de Hubble

- En 1929, Edwin Hubble reportó una correlación entre la velocidad con que las galaxias se alejan de nosotros (**redshift**) y la distancia a la cual se encuentran.

- Definimos el redshift como $z = \dfrac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \dfrac{\nu_0 - \nu}{\nu}$ , $c = \lambda\nu$

- Del resultado observacional de Hubble (1929, PNAS 15, 168), que fue confirmado y extendido por Hubble & Humason (1931) a galaxias mas distantes, se infiere

$$v = H_0\, r \quad \rightarrow \quad z = \frac{v}{c} = \frac{H_0}{c}\, r$$

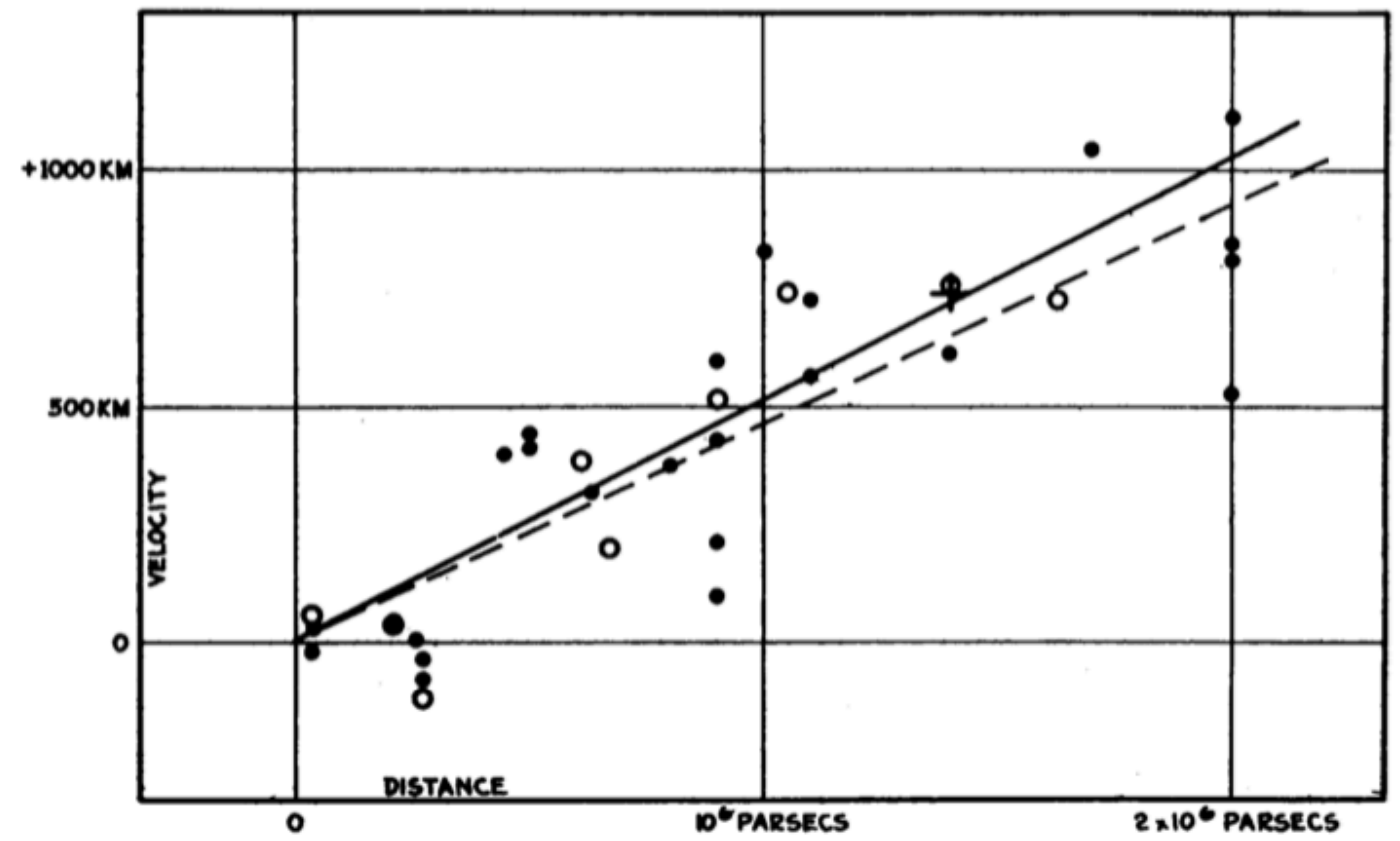


FIGURE 1

- $H_0$ es la llamada constante de Hubble. Según observaciones recientes

$$H_0 = 50 - 100\ \frac{km/s}{Mpc} \simeq 75\ \frac{km/s}{Mpc}$$

- La ley de Hubble es consistente con un Universo en expansión, en el cual dos puntos cualesquiera, se alejan mutuamente a una velocidad proporcional a su distancia.

# Expansión del Universo

- Intentemos obtener la evolución de un Universo homogeneo e isótropo que cumple la ley de Hubble $\underline{u} = H_0 \underline{r}$

- Según la ecuación de continuidad

$$\partial_t \rho = -\underbrace{\underline{u}\cdot\cancel{\nabla\rho}}_{=0\ (\text{homogeneo})} - \rho\, \nabla\cdot\underline{u} = -\rho H_0 \underbrace{\nabla\cdot\underline{r}}_{3}$$

Es decir que $\frac{d\rho}{dt} = -3H_0\rho$

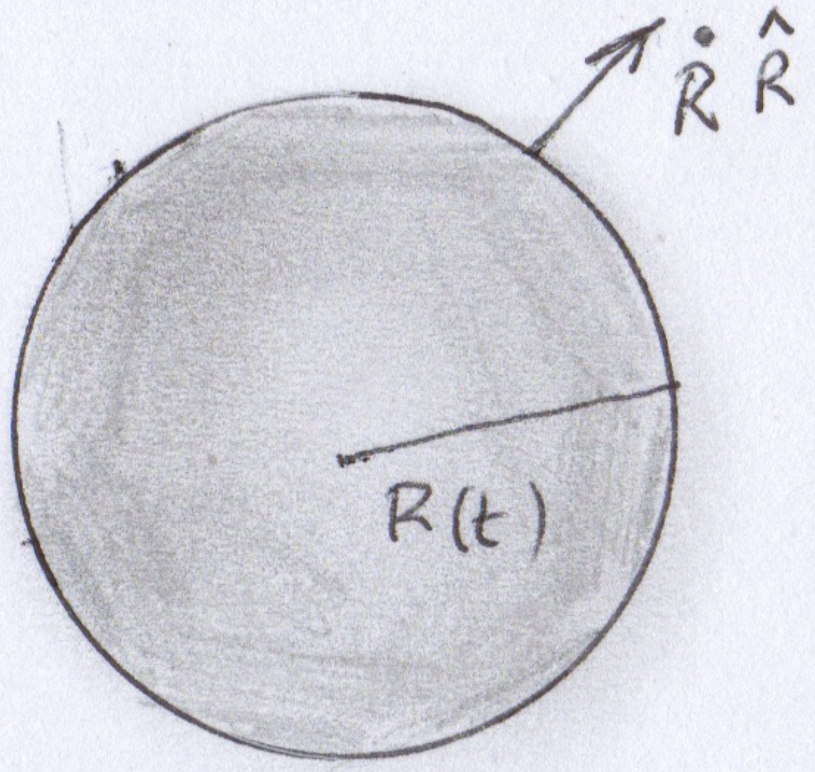
Osea que la densidad media del Universo debe disminuir con el tiempo a razón de

$$\rho_0 \sim 5.10^{-30} \frac{g}{cm^3} \longrightarrow \dot{\rho} \simeq 10^{-6} \frac{m_e}{m^3 \times yr}$$

indetectable

- En general, podemos imponer $H = H(t)$ y $H = H_0$ en la actualidad

- Si pensamos el Universo como una esfera de radio $R(t)$




$$\underline{u} = \frac{dR}{dt}\hat{R} = H(t)\, R\hat{R} \longrightarrow H = \frac{1}{R}\frac{dR}{dt}$$

- Por continuidad

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = -\nabla\cdot\underline{u} = -3H$$

$$\therefore\ \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{R}\frac{dR}{dt} = 0 \longleftrightarrow \rho = \rho_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^3$$

Es decir, conservación de la masa.

- La ecuación de movimiento para una esfera de gas autogravitante y frío

$$\partial_t \underline{u} + (\underline{u}\cdot\nabla)\underline{u} = -\frac{1}{\rho}\underbrace{\cancel{\nabla p}}_{=0\ (\text{frio})} - \nabla\phi$$

$$\underline{u} = H(t)\,\underline{r} \longrightarrow \frac{dH}{dt}\underline{r} + H^2(\underline{r}\cdot\nabla)\underline{r} = -\nabla\phi$$

# Expansión del Universo

$$[(\underline{r}\cdot\underline{\nabla})\underline{r}]_i = r_j \partial_j r_i = r_j \delta_{ij} = [\underline{r}]_i$$

$$\therefore \left(\frac{dH}{dt} + H^2\right)\underline{r} = -\underline{\nabla}\phi$$

- Tomando $\underline{\nabla}\cdot(\cdots)$

$$3\left(\frac{dH}{dt} + H^2\right) = -\nabla^2\phi = -4\pi G\rho$$

- Si expresamos $H$ y $\rho$ en términos de $R$

$$\left.\begin{array}{l} H = \frac{1}{R}\frac{dR}{dt} \\ \rho = \frac{\rho_0 R_0^3}{R^3} \end{array}\right\} \longrightarrow 3\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{dt}\right) + \frac{3}{R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = -\frac{4\pi G\rho_0 R_0^3}{R^3}$$

- Es decir que

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\left(\frac{4}{3}\pi G\rho_0 R_0^3\right)\frac{1}{R^2} = -\frac{GM_0}{R^2}$$

dá la evolución de $R(t)$ como consecuencia de la auto-gravedad del Universo.

- Esta ecuación tiene una primera integral

$$\frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E$$

- El caso $E = 0$ corresponde al modelo de Einstein - de Sitter.

- Como condición inicial, en el Big Bang: $R(0) = 0$

Proponemos: $R(t) = R_0\left(\frac{t}{t_0}\right)^a$

y obtenemos $a = 2/3 \longrightarrow t_0 = \frac{1}{\sqrt{6\pi G\rho_0}}$

$$\left.\begin{array}{l} \rho_0 = 5\cdot 10^{-30}\ \frac{g}{cm^3} \\ G = 6.67\cdot 10^{-8}\ \frac{cm^3}{g\,s^2} \end{array}\right\} \longrightarrow t_0 \simeq 10^{10} \text{ años}$$

edad del Universo

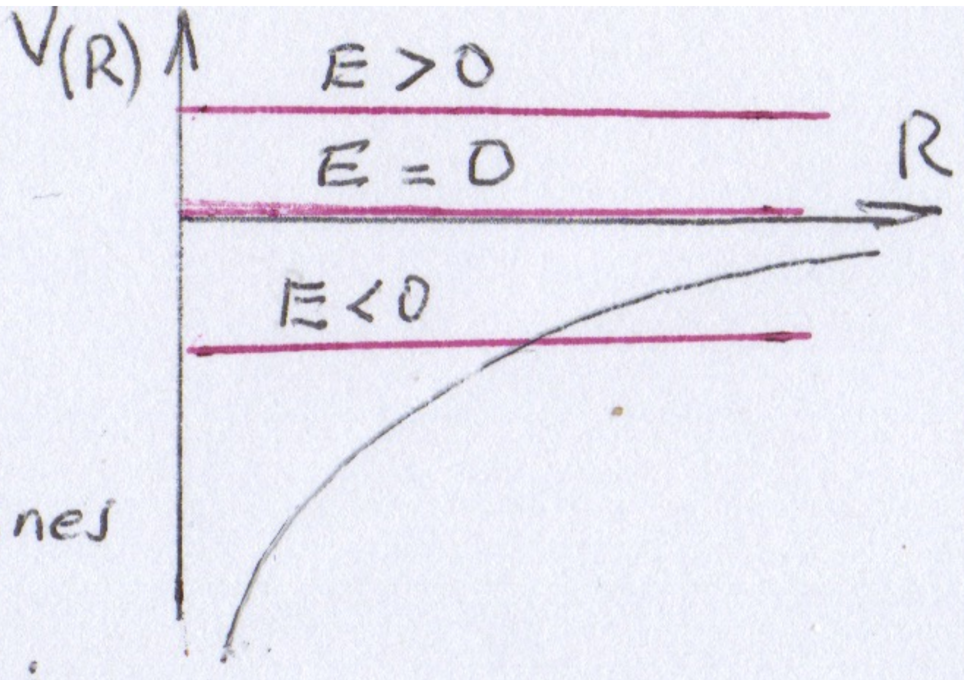
- Obtenemos $H = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{2}{3t} \longrightarrow H_0 = \frac{2}{3t_0} \simeq 75\ \frac{km/s}{Mpc}$

- Para la densidad $\rho(t) = \frac{\rho_0 R_0^3}{R^3_{(t)}} \longrightarrow \rho(t) = \frac{1}{6\pi G t^2}$

# Modelos de Universos abiertos y cerrados

- A partir de la ecuación

$$\frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E$$

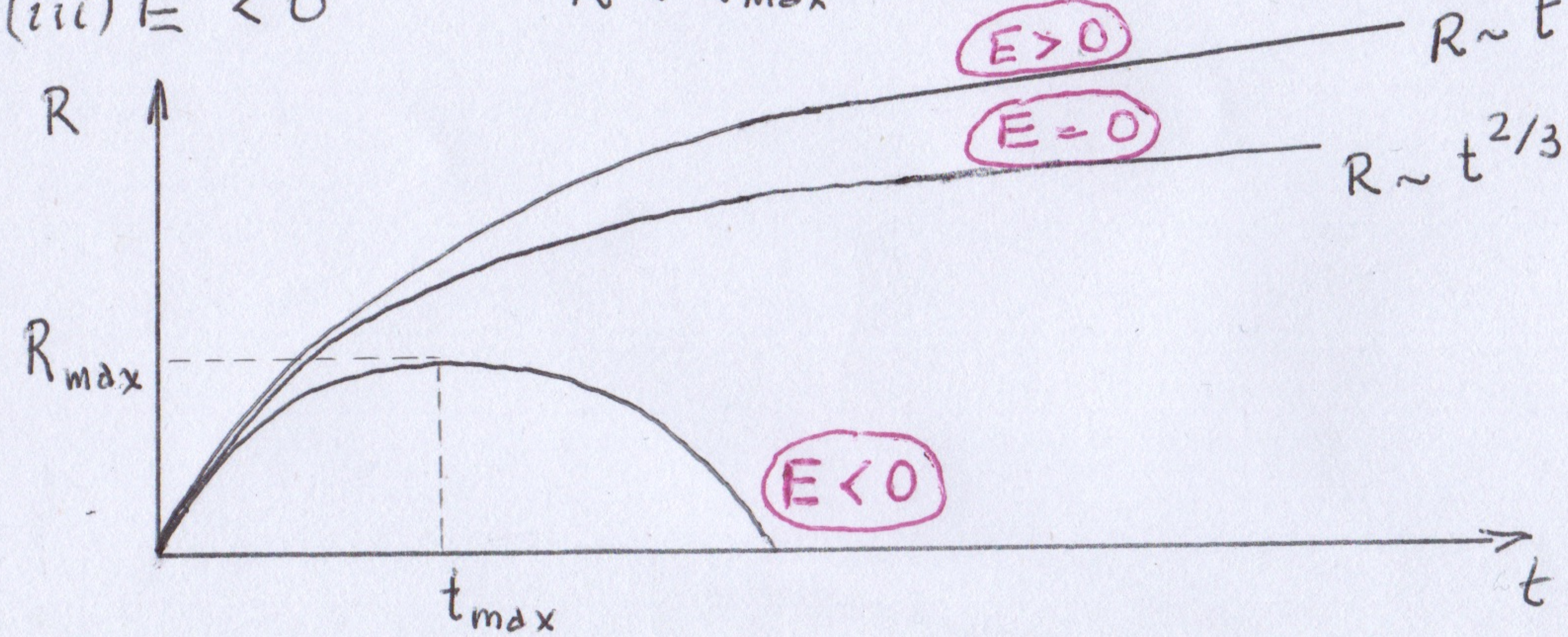



surgen tres tipos de evoluciones cualitativamente diferentes:

(i) $E > 0$ $\quad R \to \infty$, $\dot{R} \to$ cte, $t \to \infty$ $\quad$ Universo abierto

(ii) $E = 0$ $\quad R \to \infty$, $\dot{R} \to 0$, $t \to \infty$ $\quad$ Universo abierto crítico Einstein - de Sitter

(iii) $E < 0$ $\quad R < R_{max}$ $\quad$ Universo cerrado




- Este Universo auto-gravitante se desacelera.

Definimos el <u>parámetro de desaceleración</u> $q$:

$$q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} \xrightarrow{\ \ddot{R} = -\frac{GM_0}{R^2},\ \dot{R} = RH\ } q = \frac{4\pi G\rho}{3H^2}$$

Proporcional a $\rho$

- Sería bueno clasificar Universos abierto/cerrado por su densidad, siendo EdS el caso crítico:

$$E = 0 \rightarrow H^2 = \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{2GM_0}{R^3} = \frac{8\pi}{3} G\rho_{crit}$$

- Definimos el <u>factor de densidad</u> $\Omega$

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{crit}} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} \longrightarrow \rho = \frac{3H^2}{8\pi G}\Omega$$

- Entonces $\frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E \longrightarrow \frac{\dot{R}^2}{2} = E + \frac{H^2R^2}{2}\Omega$

$$\dot{R} = RH \longrightarrow E = \frac{1-\Omega}{2} R^2H^2$$

$\Omega < 1 \rightarrow$ abierto

$\Omega = 1 \rightarrow$ EdS

$\Omega > 1 \rightarrow$ cerrado

- Noten que $q = \frac{\Omega}{2}$