Astrofísica - 1er Cuatrimestre 2024

Práctica 5: Medio Interestelar

Problema 1. Asumiendo una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann, calcule las velocidades medias de las partículas que componen las siguientes regiones.
(a) Regiones de hidrógeno atómico interestelar, el cual se encuentra usualmente en nubes HI a una temperatura $T = 100$ K.
(b) Regiones de hidrógeno ionizado (HII). Si su temperatura es $T = 10^4$ K, calcule la velocidad media de los protones y electrones en dichas regiones.
(c) Las nubes moleculares, las cuales están compuestas por moléculas de H_2 a $T = 15$ K.

Problema 2. Las nubes HI y moleculares usualmente contienen granos de polvo, que son partículas sólidas de radio $R \sim 0{,}5$ μm y densidad $\rho \sim 1$ g cm^{-3}. Si se considera el polvo como un gas ideal en equilibrio, calcule las velocidades cuadráticas medias de traslación y de rotación de los granos de polvo. Ayuda: utilice el teorema de equipartición de la energía.

Problema 3. Considere una esfera de fluido de masa M y radio R, en equilibrio hidrostático a una temperatura T e inmersa en el medio interestelar (supuesto homogéneo).
(a) Muestre que la energía potencial gravitatoria de la esfera es $E_g = \Theta G M^2/R$, donde G es la constante de gravitación universal y Θ una constante. Suponiendo que la densidad del fluido que compone la esfera es homogénea, halle Θ.
(b) Muestre que si el fluido es un gas monoatómico, la presión P_0 en la superficie de la esfera es

$$P_0 = \frac{c_v M T}{2\pi R^3} - \frac{\Theta G M^2}{4\pi R^4} \quad ,$$

donde c_v es el calor específico a volumen constante del material de la esfera.
(c) Grafique P_0 en función de R, y muestre que tiene un máximo. Calcule el radio R_J y la masa M_J de la esfera que corresponden a dicho máximo (los denominados *radio y masa de Jeans*).
(d) Discuta la estabilidad de la esfera ante una compresión pequeña, en función de M. Muestre que para $M > M_J$, la esfera es inestable y colapsa sobre su centro.
(e) Discuta qué importancia tiene la masa de Jeans en el proceso de formación estelar.
(f) Calcule la masa de Jeans para una esfera de hidrógeno con una densidad media $\rho = 10^{-24}$ g cm^{-3} a $T = 100$ K. Discuta el valor obtenido ¿Corresponde éste a la masa de una estrella típica?

Problema 4. Una onda de choque hidrodinámica supersónica pero no relativista con número de Mach $M_0 > 1$, embiste en forma adiabática un medio subsónico ($M_1 < 1$). Ambos medios se los puede considerar como gases ideales ($p_i = n_i k_B T_i$). Si la energía interna, la densidad y la presión se vinculan por la relación $p_i = \epsilon \rho_i (\gamma - 1)$ se obtienen las relaciones de salto de Rankine-Hugoniot en el frente de choque:

$$\rho_0 v_0 = \rho_1 v_1 \quad ,$$

$$\rho_0 v_0^2 + p_0 = \rho_1 v_1^2 + p_1 \quad ,$$

$$\frac{\gamma p_0}{(\gamma-1)\rho_0}+\frac{v_0^2}{2}=\frac{\gamma p_1}{(\gamma-1)\rho_1}+\frac{v_1^2}{2} \quad .$$

(a) A partir de estas relaciones encuentre la relación de temperaturas entre el medio chocado T_1 y el medio no chocado T_0 solamente en términos del número de Mach M_0 y γ.
(b) ¿Cuánto se calienta el plasma si la onda de choque es un gas monoatómico, supersónico con $M_0 = 100$ y temperatura $T_0 = 10^6$ K?

Problema 5. Suponga un medio interestelar homogéneo y estático, caracterizado por ρ_0 y p_0 sobre el cual avanza un frente de choque plano a velocidad U. En el referencial de esa superficie de discontinuidad, vemos a un lado el medio interestelar no-chocado, caracterizado por ρ_0, p_0 y $u_0 = -U$, mientras que del otro lado tenemos el medio interestelar chocado (también homogéneo) caracterizado por ρ, p y u.
(a) Defina el contraste de densidad $\psi = \rho/\rho_0$, la velocidad del sonido $c_0^2 = \gamma p_0/\rho_0$ y el número de Mach $\mathcal{M}_0 = u_0/c_0$. Obtenga una expresión del contraste en términos de $\mathcal{M}_0$.
(b) Obtenga el cociente de presiones en función de $\mathcal{M}_0$ y derive también una expresión para el número de Mach en el medio chocado ($\mathcal{M}$) en función de $\mathcal{M}_0$.
(c) Obtenga expresiones asintóticas para choques fuertes, es decir, en el límite $\mathcal{M}_0 \to \infty$.
(d) Muestre que en el caso de choques débiles ($\mathcal{M}_0 \gtrsim 1$), existe una velocidad mínima de propagación.