Astrofísica - 1er Cuatrimestre 2024

Práctica 7: Campos Magnéticos

Problema 1. Rehaga el ejercicio 2 de la práctica 5 (excepto el punto a), considerando ahora que el medio interestelar se encuentra inmerso en un campo magnético de magnitud B. Esto implica agregar al miembro derecho de la ecuación de la presión un término adicional debido a la fuerza magnética. Considere que las líneas de campo están congeladas en el material, por lo que el flujo magnético $\phi \propto BR^2$ se conserva. ¿Cual es el efecto del campo magnético sobre la inestabilidad de Jeans?

Problema 2. Linealice las ecuaciones MHD incompresibles e ideales alrededor de equilibrios estáticos ($\vec{u}_0 = 0$) y espacialmente homogéneos (ρ_0 =cte, $\vec{B}_0 = B_0\hat{z}$ con B_0 =cte).
(a) Suponga perturbaciones de la forma $\delta\vec{u}$, $\delta\vec{B} \approx \exp\left(i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\omega t\right)$ y muestre que la relación de dispersión que se obtiene es

$$\omega^2 = k_z^2 v_A^2 \quad ,$$

donde $v_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$ es la velocidad de Alfven.
(b) Discuta si las ondas de Alfven son longitudinales o transversales, y si son o no son dispersivas.

Problema 3. ***Reconexión de Sweet-Parker.*** (a) Enuncie las varias hipótesis involucradas en la derivación del modelo de reconexión de Sweet-Parker.
(b) Derive la ley de escalas de este modelo de reconexión, es decir

$$M = \frac{U_{in}}{V_A} = \frac{\lambda}{L} = S^{-\frac{1}{2}} \quad ,$$

donde U_{in} es la velocidad de entrada del material a la zona de reconexión, de tamaño $(2\lambda) \times (2L)$, V_A es la velocidad de Alfven y S es el número de Lundquist.

Problema 4. Considere un pulsar con masa M y radio R, que rota con un período $P = 2\pi/\omega$, que cambia con una velocidad $\dot{P} > 0$. El pulsar tiene un campo magnético $B(r,\theta)$ que puede suponerse el de un dipolo $\vec{m}$ (r y θ son las coordenadas esféricas usuales, considere $\vec{m} = m\hat{z}$).
(a) Halle $B(R,\theta)$ suponiendo que el frenado se debe a la transformación de energía rotacional en radiación dipolar magnética, cuya potencia total viene dada por

$$\mathcal{P} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\,\frac{\omega^4}{12\pi c^2}\,|\vec{m}|^2 \quad ,$$

donde μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica del vacío respectivamente, y c la velocidad de la luz.
(b) Calcule $B(R,0)$ para$M$ =1.4 $M_\odot$,$R = 10$ km, P =0.1 s y $\dot{P} = 10^{-13}$.
(c) Halle el cociente entre la fuerza gravitatoria y la fuerza de Lorentz debida al campo magnético que se ejerce sobre un protón que se mueve con una velocidad $v = 1000$ kms $^{-1}$ en la superficie del pulsar. ¿Qué conclusiones obtiene?

Problema 5. Suponga la colisión de dos tubos de flujo cilíndricos de radio R y longitud L, campo axial uniforme $\pm B_0$ y densidad ρ_0.
(a) Estime la energía magnética total de todo el sistema en función de los datos mencionados.
(b) Si estos tubos se aproximan mutamente a velocidad U_{in}, estime la energía magnética procesada por unidad de tiempo. Utilice el método de Sweet-Parker para expresar la potencia disipada en términos del número de Lundquist.
(c) En las fulguraciones solares más grandes se observa la liberación de unos 10^{31} erg en tiempos de 100 - 1000 seg. Suponiendo valores típicos de $B_0 \sim 1000$ Gauss, $\rho \sim 10^{-13}$ g/cm^3, $R \sim 5 \times 10^3$ km, $L = 10^5$ km y $S \sim 10^{10} - 10^{12}$, discuta la factibilidad del escenario de Sweet-Parker para explicar estas fulguraciones.