

# Clase anterior

- Cinemática y dinámica de galaxias.
- Relación de Faber-Jackson para galaxias elípticas (luminosidad vs. vel. dispersión).
- Relación de Tully-Fisher para galaxias espirales (luminosidad vs. vel. rotación).
- Equilibrios axisimétricos en discos delgados y estabilidad.
- Ondas espirales en discos delgados.

# Nociones de Cosmología

- La **Cosmología** tiene como objeto de estudio nada menos que el Universo.

- Busca responder algunas preguntas fundamentales como:

Cual es la **forma** del Universo ?

Cual es el **tamaño** del Universo?

Cual es la **edad** del Universo?

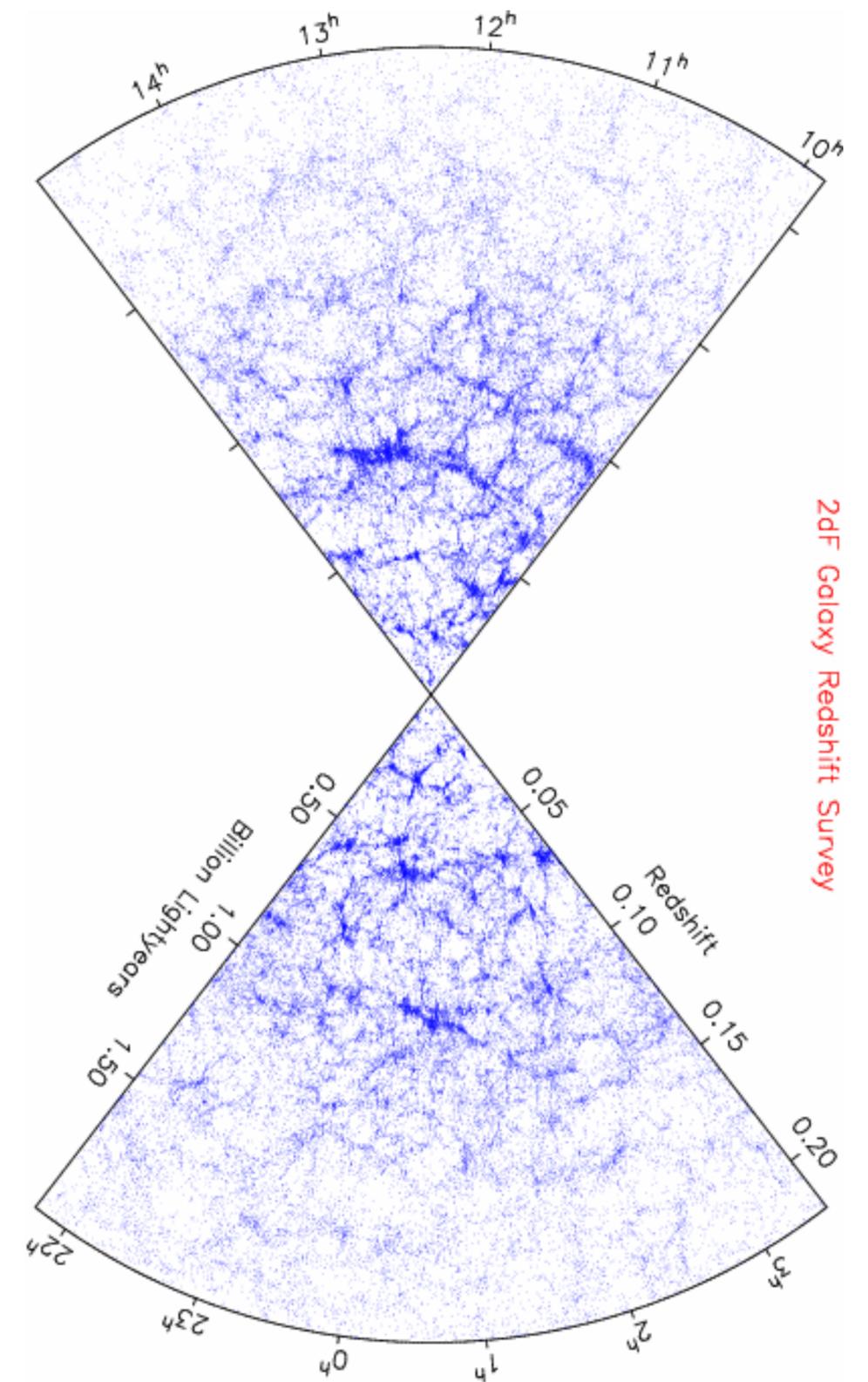


- Para el abordaje de estas preguntas, se utilizan dos métodos: observacional y teórico.

- Ambos métodos (al igual que en el resto de la Física) se complementan mutuamente, ya que las observaciones deben ser interpretadas y las predicciones teóricas contrastadas con observaciones.

# Principio cosmológico

- En el marco de la física no relativista, el **Principio Cosmológico** (PC) establece que el Universo a gran escala es espacialmente **homogeneo** e **isótropo**.
- Con “*estructura de gran escala*” nos referimos a tamaños mucho mayores que los cúmulos de galaxias (Mpc) y algo mayores que la estructura tipo esponja que muestra la Figura, con escalas de unos pocos cientos de Mpc.
- La **homogeneidad** espacial requiere que nosotros, como observadores newtonianos, frente a cualquier traslación vemos las mismas propiedades físicas. Diremos que la estructura de gran escala del Universo es invariante frente a traslaciones.
- En el mismo sentido, la **isotropía** del Universo implica que la estructura de gran escala es invariante frente a rotaciones.
- El **Principio Cosmológico Perfecto** (PCP) agrega la hipótesis de homogeneidad temporal, es decir, la invariancia frente a traslaciones temporales.
- El **PCP** ha sido virtualmente descartado, ya que implica un Universo eterno (sin inicio ni final) que es incompatible con la existencia de un **Big Bang**, con las observaciones de radiación cósmica de fondo y otras evidencias observacionales.
- El **PC**, en cambio, no presenta incompatibilidades manifiestas con observaciones.



Distribución de galaxias del survey 2dF (campo de 2° × 2°) finalizado en 2003

# Ley de Hubble

- En 1929, Edwin Hubble reportó una correlación entre la velocidad con que las galaxias se alejan de nosotros (**redshift**) y la distancia a la cual se encuentran.

- Definimos el redshift como  $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu}$ ,  $c = \lambda\nu$

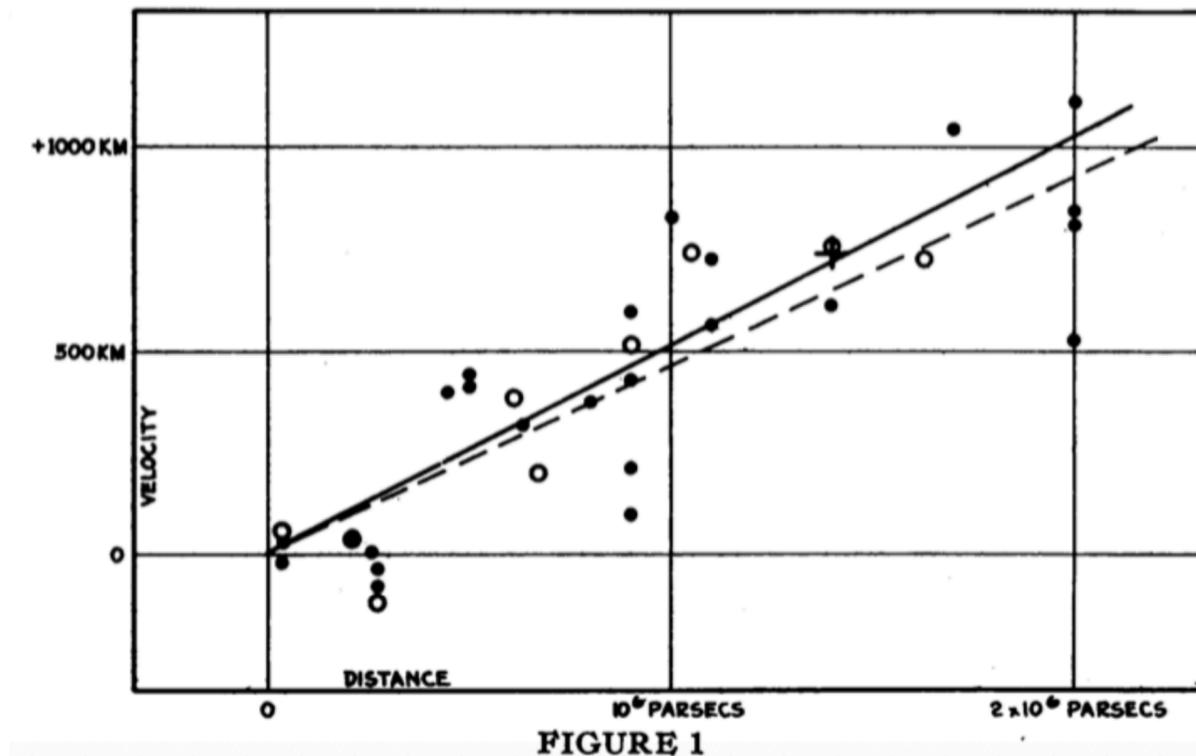
- Del resultado observacional de Hubble (1929, PNAS 15, 168), que fue confirmado y extendido por Hubble & Humason (1931) a galaxias mas distantes, se infiere

$$u = H_0 r \rightarrow z = \frac{u}{c} = \frac{H_0}{c} r$$

-  $H_0$  es la llamada constante de Hubble. Según observaciones recientes

$$H_0 = 50 - 100 \frac{km/s}{Mpc} \simeq 75 \frac{km/s}{Mpc}$$

- La ley de Hubble es consistente con un Universo en expansión, en el cual dos puntos cualesquiera, se alejan mutuamente a una velocidad proporcional a su distancia.



# Expansión del Universo

- Intentemos obtener la evolución de un Universo homogéneo e isótropo que cumple la ley de Hubble  $\underline{u} = H_0 \underline{r}$

- Según la ecuación de continuidad

$$\partial_t \rho = - \underbrace{\underline{u} \cdot \nabla \rho}_{=0} - \rho \underbrace{\nabla \cdot \underline{u}}_3 = - \rho H_0 \underbrace{\nabla \cdot \underline{r}}_3$$

(homogéneo)

Es decir que  $\frac{d\rho}{dt} = -3H_0 \rho$

O sea que la densidad media del Universo debe disminuir con el tiempo a razón de

$$\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{-30} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \longrightarrow \rho \sim 10^{-6} \frac{\text{me}}{\text{m}^3 \cdot \text{yr}}$$

- En general, podemos imponer  $H = H(t)$  y  $H = H_0$  en la actualidad indetectable

- Si pensamos el Universo como una esfera de radio  $R(t)$

$$\underline{u} = \frac{dR}{dt} \hat{R} = H(t) R \hat{R} \rightarrow H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$$

- Por continuidad

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = - \nabla \cdot \underline{u} = -3H$$

$$\therefore \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{R} \frac{dR}{dt} = 0 \iff \rho = \rho_0 \left( \frac{R_0}{R} \right)^3$$

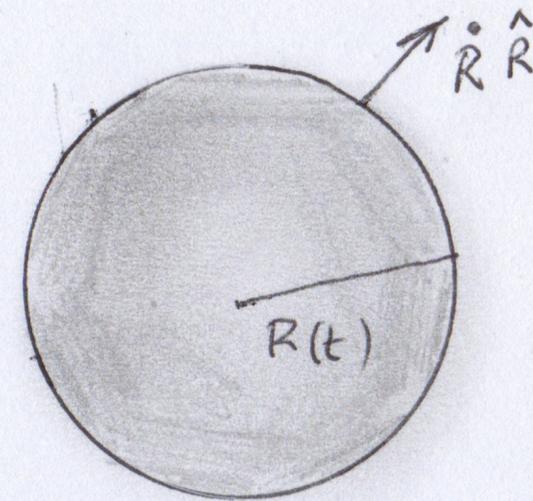
Es decir, conservación de la masa.

- La ecuación de movimiento para una esfera de gas autogravitante y frío

$$\partial_t \underline{u} + (\underline{u} \cdot \nabla) \underline{u} = - \frac{1}{\rho} \nabla \rho - \nabla \phi$$

$= 0$  (frío)

$$\underline{u} = H(t) \underline{r} \rightarrow \frac{dH}{dt} \underline{r} + H^2 (\underline{r} \cdot \nabla) \underline{r} = - \nabla \phi$$



# Expansión del Universo

$$[(\underline{r} \cdot \underline{\nabla}) \underline{r}]_i = r_j \partial_j r_i = r_j \delta_{ij} = [\underline{r}]_i$$

$$\therefore \left( \frac{dH}{dt} + H^2 \right) \underline{r} = - \underline{\nabla} \phi$$

- Tomando  $\underline{\nabla} \cdot (\dots)$

$$3 \left( \frac{dH}{dt} + H^2 \right) = - \nabla^2 \phi = - 4\pi G \rho$$

- Si expresamos  $H$  y  $\rho$  en términos de  $R$

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \\ \rho &= \frac{\rho_0 R_0^3}{R^3} \end{aligned} \right\} \rightarrow 3 \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \right) + \frac{3}{R^2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = - \frac{4\pi G \rho_0 R_0^3}{R^3}$$

- Es decir que

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = - \left( \frac{4\pi G \rho_0 R_0^3}{3} \right) \frac{1}{R^2} = - \frac{GM_0}{R^2}$$

da la evolución de  $R(t)$  como consecuencia de la auto-gravedad del Universo.

- Esta ecuación tiene una primera integral

$$\frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E$$

- El caso  $E=0$  corresponde al modelo de Einstein-de Sitter.

- Como condición inicial, en el Big Bang:  $R(0)=0$

Proponemos:  $R(t) = R_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^a$

y obtenemos  $a = 2/3 \rightarrow t_0 = \frac{1}{\sqrt{6\pi G \rho_0}}$

$$\rho_0 = 5 \cdot 10^{-30} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{g s}^2}$$

$$t_0 \approx 10^{10} \text{ años}$$

edad del Universo

- Obtenemos  $H = \frac{\dot{R}}{R} = \frac{2}{3t} \rightarrow H_0 = \frac{2}{3t_0} \approx \frac{75 \text{ km/s}}{\text{Mpc}}$

- Para la densidad  $\rho(t) = \frac{\rho_0 R_0^3}{R(t)^3} \rightarrow \rho(t) = \frac{1}{6\pi G t^2}$

# Modelos de Universos abiertos y cerrados

- A partir de la ecuación

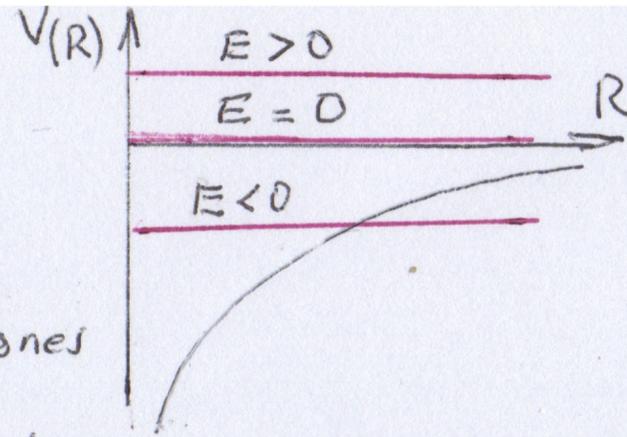
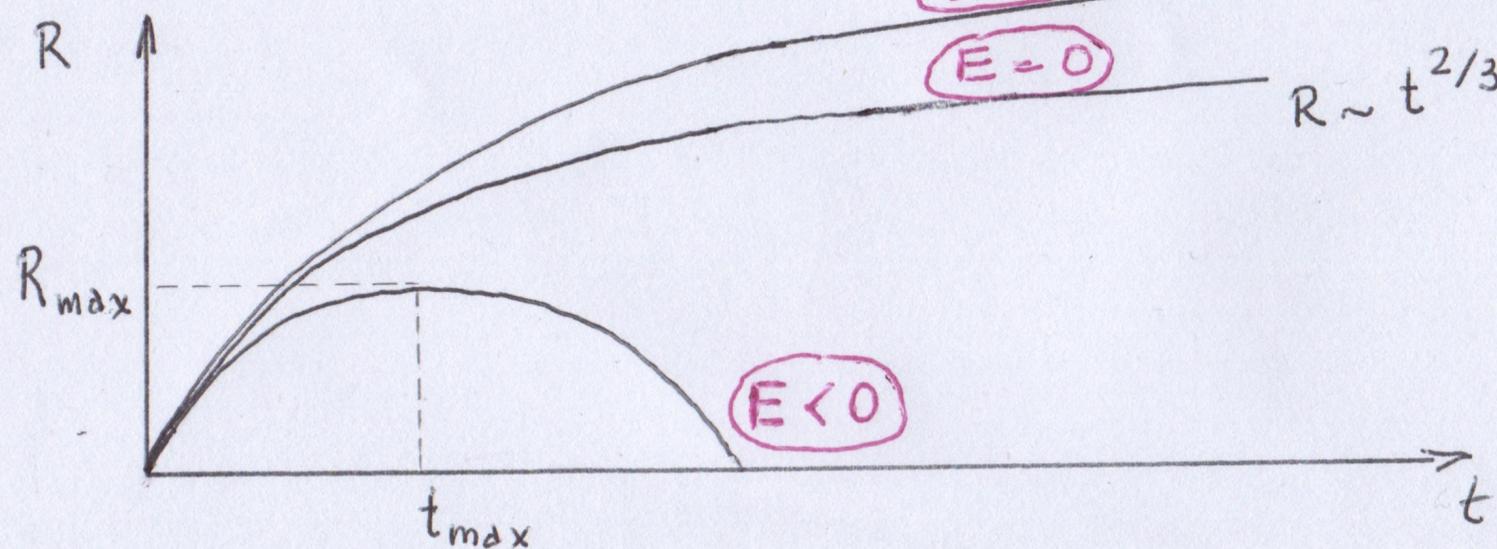
$$\frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E$$

surgen tres tipos de evoluciones cualitativamente diferentes:

(i)  $E > 0$   $R \rightarrow \infty$   
 $\dot{R} \rightarrow \text{cte}$   $t \rightarrow \infty$  Universo abierto

(ii)  $E = 0$   $R \rightarrow \infty$   
 $\dot{R} \rightarrow 0$   $t \rightarrow \infty$  Universo abierto crítico Einstein-de Sitter

(iii)  $E < 0$   $R < R_{\max}$  Universo cerrado



- Este Universo auto-gravitante se desacelera. Definimos el parámetro de desaceleración  $q$ .

$$q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} \quad \ddot{R} = -\frac{GM_0}{R^2} \quad \dot{R} = RH$$

$$q = \frac{4\pi G\rho}{3H^2} \text{ Proporcional a } \rho$$

- Sería bueno clasificar Universos abierto/cerrado por su densidad, siendo EdS el caso crítico:

$$E = 0 \rightarrow H^2 = \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{2GM_0}{R^3} = \frac{8\pi G\rho_{\text{crit}}}{3}$$

- Definimos el factor de densidad  $\Omega$

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} = \frac{8\pi G\rho}{3H^2} \rightarrow \rho = \frac{3H^2}{8\pi G} \Omega$$

$$\text{Entonces } \frac{\dot{R}^2}{2} - \frac{GM_0}{R} = E \rightarrow \frac{\dot{R}^2}{2} = E + \frac{H^2 R^2}{2} \Omega$$

$$\dot{R} = RH \rightarrow E = \frac{1-\Omega}{2} R^2 H^2$$

$\Omega < 1 \rightarrow$  abierto  
 $\Omega = 1 \rightarrow$  EdS  
 $\Omega > 1 \rightarrow$  cerrado

- Noten que  $q = \frac{\Omega}{2}$