

Astrofísica

1^{er} cuatrimestre de 2013

Práctica 7: Campos magnéticos.¹

1. Considere un pulsar con masa M y radio R , que rota con un período $P = 2\pi/\omega$, que cambia con una velocidad $\dot{P} > 0$. El pulsar tiene un campo magnético $B(r, \theta)$ que puede suponerse el de un dipolo \vec{m} (r y θ son las coordenadas esféricas usuales, considere $\vec{m} = m\hat{z}$).

- (a) Halle $B(R, \theta)$ suponiendo que el frenado se debe a la transformación de energía rotacional en radiación dipolar magnética, cuya potencia total viene dada por

$$\mathcal{P} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\omega^4}{12\pi c^2} |\vec{m}|^2, \quad (1)$$

donde μ_0 y ϵ_0 son la permeabilidad magnética y la permitividad eléctrica del vacío respectivamente, y c la velocidad de la luz.

- (b) Calcule $B(R, 0)$ para $M = 1.4M_\odot$, $R = 10$ km, $P = 0.1$ s y $\dot{P} = 10^{-13}$.
- (c) Halle el cociente entre la fuerza gravitatoria y la fuerza de Lorentz debida al campo magnético que se ejerce sobre un protón que se mueve con una velocidad $v = 1000$ km s⁻¹ en la superficie del pulsar. ¿Qué conclusiones obtiene?

2. (*) Rehaga el ejercicio 4 de la práctica 6 (excepto el punto a), considerando ahora que el medio interestelar se encuentra inmerso en un campo magnético de magnitud B . Esto implica agregar al miembro derecho de la ecuación 1 un término adicional debido a la fuerza magnética. Considere que las líneas de campo están congeladas en el material, por lo que el flujo magnético $\varphi \propto BR^2$ se conserva. ¿Cual es el efecto del campo magnético sobre la inestabilidad de Jeans?

3. (*) Linealice las ecuaciones MHD incompresibles e ideales alrededor de equilibrios estáticos ($\vec{u}_0 = 0$) y espacialmente homogéneos ($\rho_0 = cte$, $\vec{B}_0 = B_0\vec{z}$ con $B_0 = cte$).

- (a) Suponga perturbaciones de la forma $\delta\vec{u}, \delta\vec{B} \approx \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$ y muestre que la relación de dispersión que se obtiene es

$$\omega^2 = k_z^2 v_A^2 \quad (2)$$

donde $v_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho}$ es la velocidad de Alfvén.

- (b) Discuta si las ondas de Alfvén son longitudinales o transversales, y si son o no son dispersivas.

4. Reconexión de Sweet-Parker

- (a) Enuncie las varias hipótesis involucradas en la derivación del modelo de reconexión de Sweet-Parker.
- (b) Derive la ley de escalas de este modelo de reconexión, es decir

$$M = \frac{U_{in}}{V_A} = \frac{\lambda}{L} = S^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

donde U_{in} es la velocidad de entrada del material a la zona de reconexión, de tamaño $(2\lambda) \times (2L)$, V_A es la velocidad de Alfvén y S es el número de Lundquist.

5. Suponga la colisión de dos tubos de flujo cilíndricos de radio R y longitud L , campo axial uniforme $\pm\mathbf{B}_0$ y densidad ρ .

- (a) Estime la energía magnética total de todo el sistema en función de los datos mencionados.

¹Los ejercicios indicados con (*) son prioritarios

- (b) Si estos tubos se aproximan mutuamente a velocidad U_{in} , estime la energía magnética procesada por unidad de tiempo. Utilice el método de Sweet-Parker para expresar la potencia disipada en términos del número de Lundquist.
- (c) En las fulguraciones solares más grandes se observa la liberación de unos 10^{31} erg en tiempos de $100 - 1000$ seg. Suponiendo valores típicos de $B_0 \approx 1000$ Gauss, $\rho \approx 10^{-13} g/cm^3$, $R \approx 5 \times 10^3$ km, $L = 10^5$ km y $S \approx 10^{10} - 10^{12}$, discuta la factibilidad del escenario de Sweet-Parker para explicar estas fulguraciones.