COSMOLOGÍA - 2do cuatrimestre 2021

Docentes: Diana López Nacir, Nahuel Mirón Granese y Matias Leizerovich
Departamento de Física, FCEyN, UBA

Guía 4: Nucleosíntesis Primordial

Núcleos primigenios

1. Considere la siguiente reacción en **equilibrio**

$$p + n \leftrightarrow D + \gamma. \tag{1}$$

   (a) Teniendo en cuenta que el deuterio D tiene spin 1 obtenga la siguiente expresión para su densidad numérica n_D:

$$n_D \simeq 6 \left(\frac{m_n T}{\pi}\right)^{-3/2} e^{B_D/T} n_p n_n, \tag{2}$$

   donde $B_D = 2.23$ MeV es la energía de ligadura del Deuterio y n_p y n_n son las densidades numéricas de protones y neutrones libres respectivamente.

   (b) Es posible definir la temperatura del comienzo de la nucleosíntesis T_{nuc} como la temperatura a la cual la mitad de los neutrones libres están fusionados en deuterio, i.e. $n_D/n_n = 1$. Estime T_{nuc}.

   (c) Calcule la edad del Universo al comienzo de la nucleosíntesis.

   (d) Considere el efecto del decaimiento del neutrón libre ($n \to p + e^- + \bar{\nu}$) con un tiempo de vida medio $\tau_n \simeq 886$ s y calcule el cociente n_n/n_p para el comienzo de la nucleosíntesis. Asuma que todos los neutrones libres forman ^{4}He y estime la concentración en masa de dicho elemento $Y_{^4\text{He}} = \rho^{\text{m}}_{^4\text{He}}/\rho^{\text{m}}_b$, con $\rho^{\text{m}}_{^4\text{He}}$ y ρ^{m}_b las densidades de masa del ^{4}He y de bariones totales respectivamente.

   Ayuda. Recuerde que el proceso de *freeze-out* de los neutrones congela el cociente n_n/n_p para temperaturas menores a $T \simeq 0.8$ MeV (sin considerar el decaimiento del neutrón). Puede ser útil tener esa fracción calculada. Por otra parte la cantidad total de bariones antes de nucleosíntesis puede estimarse como $n_{\text{b}} = n_n + n_p$.

2. Con las mismas hipótesis del ejercicio 1 obtenga la concentración en equilibrio del ^{4}He, cuyo spin es 0 y cuya energía de ligadura es 28.3 MeV, y verifique que se hace de orden 1 a temperaturas cercanas a los 0.3 MeV. Usando estos resultados, explique qué es el cuello de botella del deuterio.

3. Si los neutrinos electrónicos interactúan con protones y neutrones a temperaturas por encima de los 0.8 MeV (freeze-out de los neutrones), ¿por qué decimos que están desacoplados a temperaturas por debajo de los 1.5 MeV?

4. Decida si la abundancia de ^{4}He será más grande o más pequeña, respecto al cálculo standard conocido, en caso de que

   (a) se sume una familia extra de neutrinos al universo

(b) las interacciones débiles sean más fuertes, de modo que la distribución de equilibrio térmico entre neutrones y protones se mantiene hasta que $k_B T = 0.25$ MeV

(c) el tiempo de decaimiento del neutrón sea menor

(d) la diferencia de masa proton-neutron sea más grande

(e) la densidad de bariones sea mayor

Ayuda. Recuerde el esquema simplificado que asumimos en el cual en un comienzo tenemos sólo protones y neutrones, luego sucede el *freeze-out* de la fracción n/p (para $T = T_{fo}$) y finalmente todos los neutrones libres al momento del comienzo de nucleosíntesis ($T = T_{nuc}$) pasan a formar ^{4}Helio. Puede justificar cada respuesta con una simple ecuación y una muy breve explicación.

5. **Cociente n_n/n_p a partir de la ecuación de Boltzmann.** Una forma más precisa de evaluar la evolución de la cantidad de neutrones libres es resolver la ecuación de Boltzmann correspondiente a una reacción del tipo $n + L \leftrightarrow p + L$, donde L representa algún tipo de leptón en equilibrio. Dicha ecuación es

$$a^{-3}\frac{d(n_n a^3)}{dt} = \lambda_{np}\left[\frac{n_p n_n^{\mathrm{EQ}}}{n_p^{\mathrm{EQ}}} - n_n\right], \tag{3}$$

donde λ_{np} es la frecuencia de interacción que convierte neutrones en protones y viceversa y $n_{n,p}^{\mathrm{EQ}}$ es la densidad numérica de neutrones y protones en equilibrio.

(a) Muestre que la ecuación (3) puede escribirse como

$$\frac{dX_n}{dx} = \frac{x\lambda_{np}}{H(x=1)}\left[e^{-x} - X_n(1+e^{-x})\right], \tag{4}$$

con $X_n = n_n/(n_n+n_p)$, $x = Q/T = (m_n - m_p)/T$,

$$\lambda_{np} = \frac{225}{\tau_n x^5}(12 + 6x + x^2) \tag{5}$$

y τ_n el tiempo de vida medio del neutrón.

(b) Muestre que $\lambda_{np} \sim \Gamma_{\mathrm{EW}} \sim G_{\mathrm{F}}^2 T^5$ para $x \lesssim 1$. Como en este caso se busca un cálculo de la evolución temporal más preciso es importante usar la frecuencia de conversión neutrón a protón (5) y no la estimación Γ_{EW}.

(c) Resuelva numéricamente la ecuación (4) y determine la función $n_n/n_p(x)$. Interprete las distintas etapas en la evolución y compare la cantidad n_n/n_p para $x \gg 1$ con los valores de $n_n/n_p(T = T_{\mathrm{nuc}})$ que estimó analíticamente al resolver el ejercicio 1.