COSMOLOGÍA - 2do cuatrimestre 2021

Docentes: Diana López Nacir, Nahuel Mirón Granese y Matias Leizerovich
Departamento de Física, FCEyN, UBA

Guía 8: Condiciones iniciales - Inflación

1. Dada una escala cuya longitud de onda física hoy es λ Mpc (con $\lambda > 0.1$), calcular el momento durante inflación en el que dicha escala es igual al horizonte.

2. El problema del horizonte. Estime N el número de e-folds necesarios para resolver el problema del horizonte en función de la temperatura inicial de la radiación T_γ. Primero asuma $T_\gamma \simeq 10^{14}$ GeV y que el universo es dominado por radiación hasta hoy día. Repita el cálculo pero suponiendo que el universo no es dominado por la radiación hasta hoy sino que pasa al dominio de materia para $a_{\rm eq}/a_0 \simeq 1/3000$ hasta hoy. ¿Cuál es la diferencia relativa entre ambas estimaciones?

3. El problema de la planitud. Estudie la evolución de la densidad de curvatura $\Omega_K = -K/a^2H^2$ en un universo dominado completamente por radiación (desde una temperatura inicial T_γ hasta la actual T_0) y calcule el valor inicial de la densidad de energía $\Omega_K(t = t_\gamma)$ para que su valor hoy cumpla $|\Omega_{K,0}| < 0.1$. ¿Es una condición inicial objetable?

   Ahora considere un período de inflación, previo al dominio de la radiación, que comienza en $t = t_*$ y finaliza en $t = t_I = t_\gamma$. Muestre que es posible obtener el valor del inciso anterior $\Omega_K(t = t_\gamma)$ como resultado del período inflacionario a partir de una condición inicial casi arbitraria en $t = t_*$ para Ω_K variando su duración.

4. El problema del horizonte, lado B.

   (a) Muestre que en el modelo de Big Bang standard, la distancia al horizonte hoy está bien aproximada por $d_H \simeq 2H^{-1}$, a pesar de que el universo paso de estar dominado por la radiación a estar dominado por la materia en tiempos distantes de hoy. Asumir que $\Omega_{m,0} = 0.3$ y que la temperatura de la radiacion de fondo hoy es 2.7 K para fijar la densidad de energía de materia y radiación.

   (b) Ahora considerar la evolución de d_H y H^{-1} durante inflación. Asumir que el universo está dominado por la radiación antes y despues de inflación y que dura 60 e-folds. Demostrar que el horizonte y el radio de Hubble son muy diferentes hoy. Explicar por que el comportamiento de d_H soluciona el "problema del horizonte". Hacer un gráfico de escalas, H^{-1} y d_H en función del factor de escala.

   (c) Demostrar que una vez que cierta escala de distancia esta en contacto causal (determinada por d_H) permanece por siempre en contacto causal.

   (d) La explicación más usual que se puede encontrar sólo involucra H^{-1} en vez de d_H. ¿Cómo es que ambos argumentos son equivalente?, ¿por qué la explicación standard tiene sentido?

5. Ecuación de movimiento *slow-roll*.

   Considere la acción de una campo escalar real

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}M_{\rm pl}^2 R^2 - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right] \tag{1}$$

(a) Simplifique la ecuación (1) asumiendo un espacio-tiempo de FLRW espacialmente plano para un campo escalar homogéneo, i.e. $\phi(x,t) = \phi(t)$.

(b) Use las ecuaciones de Euler-Lagrange para campos,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} = 0 \tag{2}$$

con $S = \int d^4x \mathcal{L}$, para obtener la ecuación de movimiento de ϕ

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0\,. \tag{3}$$

6. Asumiendo la aproximación de "slow-roll", encontrar la forma más general del potencial del inflatón tal que las perturbaciones escalares sean exactamente invariantes de escala.

7. Modelos de inflación

   (a) Considere un modelo de inflación determinado por el potencial $V(\phi) = \lambda\phi$. Usando la aproximación de *slow-roll*, calcule el valor de ϕ cuando inflación termina.

   (b) Resolver el problema del horizonte requiere que inflación dure aproximadamente 60 e-folds. ¿Cuál es el valor de ϕ 60 e-folds antes del final de inflación?

   (c) Reescriba la ecuación (3) en términos de los e-folds, $dN = -Hdt$

   (d) El conocido modelo de Starobinsky, $V(\phi) = V_0\left(1 - \exp\left[-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi\right]\right)^2$, permite realizar un buen ajuste de los parámetros sobre los datos de la RCF. Graficar $V(\phi)$ y $\phi(N)$. ¿Cuál es el rango de valores de ϕ para el cual ocurren los últimos 60 e-folds?

8. Más modelos de inflación. Considere un potencial para el inflatón según $V(\phi) = m^2\phi^2/2$.

   (a) Calcule los parámetros de "slow-roll" $\epsilon(\phi)$ y $\delta(\phi)$ en términos de los parámetros del potencial. Determinar los valores del campo para los cuales el universo sufre un período de inflación explicitando la amplitud del campo para la cual inflación termina.

   (b) Calcule el espectro adimensional de las perturbaciones escalares $\Delta^2_{\mathcal{R}}(k)$ en función del número de e-folds antes del final de inflación, N_k, para el cual el modo k sale del horizonte.

   (c) Calcule la amplitud de las perturbaciones escalares $\Delta^2_{\mathcal{R}}(k)$ para escalas k que salen del horizonte 60 e-folds antes del final de inflación.

   (d) Los datos observacionales de la RCF muestran que dichas escalas $\Delta^2_{\mathcal{R}} \sim 10^{-9}$. Halle la masa m compatible con las observaciones.

   (e) Finalmente calcule los índices espectrales escalar n_S y tensorial n_T y la razón tensores-escalares r. ¿Qué característica tienen estas cantidades para este modelo de inflación? Compare los resultados con la figura 8 en la publicación de la colaboración Planck arxiv:1807.06211.