

COSMOLOGÍA - 2do cuatrimestre 2024  
 Docentes: Diana López Nacir, Nahuel Mirón Granese,  
 Tomas Ferreira Chase y Pedro Cataldi  
 Departamento de Física, FCEyN, UBA

Guía 4: Nucleosíntesis Primordial

**Núcleos primigenios**

1. Considere la siguiente reacción en **equilibrio**



- (a) Teniendo en cuenta que el deuterio  $D$  tiene spin 1 obtenga la siguiente expresión para su densidad numérica  $n_D$ :

$$n_D \simeq 6 \left( \frac{m_n T}{\pi} \right)^{-3/2} e^{B_D/T} n_p n_n, \quad (2)$$

donde  $B_D = 2.23$  MeV es la energía de ligadura del Deuterio y  $n_p$  y  $n_n$  son las densidades numéricas de protones y neutrones libres respectivamente.

- (b) Es posible definir la temperatura del comienzo de la nucleosíntesis  $T_{\text{nuc}}$  como la temperatura a la cual la mitad de los neutrones libres están fusionados en deuterio, i.e.  $n_D/n_n = 1$ . Estime  $T_{\text{nuc}}$ .
- (c) Calcule la edad del Universo al comienzo de la nucleosíntesis.
- (d) Considere el efecto del decaimiento del neutrón libre ( $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ ) con un tiempo de vida medio  $\tau_n \simeq 886$  s y calcule el cociente  $n_n/n_p$  para el comienzo de la nucleosíntesis. Asuma que todos los neutrones libres forman  ${}^4\text{He}$  y estime la concentración en masa de dicho elemento  $Y_{4\text{He}} = \rho_{4\text{He}}^m / \rho_b^m$ , con  $\rho_{4\text{He}}^m$  y  $\rho_b^m$  las densidades de masa del  ${}^4\text{He}$  y de bariones totales respectivamente.

**Ayuda.** Recuerde que el proceso de *freeze-out* de los neutrones congela el cociente  $n_n/n_p$  para temperaturas menores a  $T \simeq 0.8$  MeV (sin considerar el decaimiento del neutrón). Puede ser útil tener esa fracción calculada. Por otra parte la cantidad total de bariones antes de nucleosíntesis puede estimarse como  $n_b = n_n + n_p$ .

2. Con las mismas hipótesis del ejercicio 1 obtenga la concentración en equilibrio del  ${}^4\text{He}$ , cuyo spin es 0 y cuya energía de ligadura es 28.3 MeV, y verifique que se hace de orden 1 a temperaturas cercanas a los 0.3 MeV. Usando estos resultados, explique qué es el cuello de botella del deuterio.
3. Para temperaturas del orden del MeV, las reacciones que mantienen el equilibrio químico entre neutrones y protones son:



La tasa de interacción de los neutrones para cada reacción mencionada es  $\Gamma_n \sim n_e \langle \sigma v \rangle$  que es del mismo orden que la tasa utilizada para calcular el desacople de neutrinos  $\Gamma_{\text{EW}}$ . El desacople de esta reacción se denomina *freeze-out* y ocurre cuando  $\Gamma_n(T_{\text{FO}}) = H(T_{\text{FO}})$ ,

análogamente al desacople de neutrinos. De esta forma luego de *freeze-out* se congela el cociente  $n_n/n_p$ . En efecto,  $T_{\text{FO}}$  es del mismo orden que la temperatura de desacople de neutrinos  $T_{d\nu}$ . No obstante los cálculos precisos resultan en  $T_{\text{FO}} \simeq 0.8$  MeV para este caso y en  $T_{d\nu} \simeq 1.5$  MeV para desacople de neutrinos.

- (a) En consecuencia, en la guía anterior ha resuelto que los neutrinos permanecen desacoplados del plasma primordial para temperaturas tales que  $T < T_D \simeq 1.5$  MeV, ¿por qué entonces las reacciones mencionadas más arriba pueden seguir sucediendo luego de desacople? Y más aún, ¿por qué no pueden mantener el equilibrio térmico entre los neutrinos y los electrones?
- (b) Por otra parte, la temperatura de freeze-out  $T_{\text{FO}}$  no es la misma que la temperatura en la cual podemos considerar que comienza la nucleosíntesis  $T_{\text{nuc}}$ . Un criterio para definir  $T_{\text{nuc}}$  es

$$n_\gamma(p > B_D)/n_b = 1$$

donde  $n_\gamma(p > B_D)$  es la densidad de fotones con energía  $p$  mayor a la energía de ligadura del deuterio  $B_D$  y  $n_b$  es la densidad numérica de bariones.

Usando los argumentos del ejercicio 2, particularmente el fenómeno de cuello de botella del deuterio, responda ¿por qué tiene sentido este criterio? Estime  $T_{\text{nuc}}$  a partir de este criterio.

- (c) Considere tanto el proceso de *freeze-out* como el decaimiento de los neutrones libres ( $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$ ) y estime la fracción  $n_n/n_p$  al comienzo de nucleosíntesis, es decir en  $T = T_{\text{nuc}}$ . Con este resultado y considerando que *todos* los neutrones libres pasan a formar  ${}^4\text{He}$ , determine su fracción de masa  $Y_p$ .
4. Decida si la abundancia de  ${}^4\text{He}$  será más grande o más pequeña, respecto al cálculo standard conocido, en caso de que
- (a) se sume una familia extra de neutrinos al universo
  - (b) las interacciones débiles sean más fuertes, de modo que la distribución de equilibrio térmico entre neutrones y protones se mantiene hasta que  $k_B T = 0.25$  MeV
  - (c) el tiempo de decaimiento del neutrón sea menor
  - (d) la diferencia de masa proton-neutron sea más grande
  - (e) la densidad de bariones sea mayor

**Ayuda.** Puede justificar cada respuesta con una simple ecuación y una muy breve explicación.

5. **Cociente  $n_n/n_p$  a partir de la ecuación de Boltzmann.** Una forma más precisa de evaluar la evolución de la cantidad de neutrones libres es resolver la ecuación de Boltzmann correspondiente a una reacción del tipo  $n + L \leftrightarrow p + L$ , donde  $L$  representa algún tipo de leptón en equilibrio. Dicha ecuación es

$$a^{-3} \frac{d(n_n a^3)}{dt} = \lambda_{np} \left[ \frac{n_p n_n^{\text{EQ}}}{n_p^{\text{EQ}}} - n_n \right], \quad (3)$$

donde  $\lambda_{np}$  es la frecuencia de interacción que convierte neutrones en protones y viceversa y  $n_{n,p}^{\text{EQ}}$  es la densidad numérica de neutrones y protones en equilibrio.

(a) Muestre que la ecuación (3) puede escribirse como

$$\frac{dX_n}{dx} = \frac{x\lambda_{np}}{H(x=1)} [e^{-x} - X_n(1 + e^{-x})], \quad (4)$$

con  $X_n = n_n/(n_n + n_p)$ ,  $x = Q/T = (m_n - m_p)/T$ ,

$$\lambda_{np} = \frac{225}{\tau_n x^5} (12 + 6x + x^2) \quad (5)$$

y  $\tau_n$  el tiempo de vida medio del neutrón.

- (b) Muestre que  $\lambda_{np} \sim \Gamma_{EW} \sim G_F^2 T^5$  para  $x \lesssim 1$ . Como en este caso se busca un cálculo de la evolución temporal más preciso es importante usar la frecuencia de conversión neutrón a protón (5) y no la estimación  $\Gamma_{EW}$ .
- (c) Resuelva numéricamente la ecuación (4) y determine la función  $n_n/n_p(x)$ . Interprete las distintas etapas en la evolución y compare la cantidad  $n_n/n_p$  para  $x \gg 1$  con los valores de  $n_n/n_p(T = T_{\text{nuc}})$  que estimó analíticamente al resolver el ejercicio 1.