COSMOLOGÍA - 2do cuatrimestre 2024

Docentes: Diana López Nacir, Nahuel Mirón Granese, Tomas Ferreira Chase y Pedro Cataldi

Departamento de Física, FCEyN, UBA

Guía 6: Reliquias del sector oscuro

1. Considere que existe una partícula X masiva y estable todavía no descubierta. Por simplicidad asumamos que tiene spin-0 (entonces $g_X = 1$). X y su antipartícula $\bar{X}$ interactúan suficientemente rápido en el universo temprano de modo que sus densidades alcanzan el equilibrio térmico. Imaginemos que la masa m_X es grande, del orden de la masa del protón o aún más.

   (a) Si X interactúa poco, entonces se desacoplará ($\Gamma/H \lesssim 1$) cuando el universo todavía tiene una temperatura mayor a $m_X c^2/k_B$. En este caso, X permanece con una distribución de equilibrio térmico hasta hoy. Muestre que esto es una catástrofe cosmológica calculando $\Omega_{m_X} h^2$.

   (b) Si X interactúa suficientemente rápido, entonces permanece con la distribución de equilibrio térmico cuando la temperatura del universo es menor que $m_X c^2/k_B$. En otras palabras, cuando la temperatura baja X y $\bar{X}$ pueden aniquilarse. Sin embargo como la densidad también baja, el ritmo de la reacción de aniquilación disminuye y se congelan las densidades. Esto deja una población de *reliquias* de X y $\bar{X}$ que podría ser la materia oscura hoy. Calcule la abundancia de reliquias de X y $\bar{X}$ como función de la sección eficaz de aniquilación σ_a y la masa m_X. Es posible asumir que la reacción termina cuando la tasa de reacción Γ es igual al parámetro de Hubble H. A su vez puede asumir que esta igualdad sucede para valores $T \lesssim m_X$, con $g^* \simeq 100$ y que el potencial químico $\mu = 0$.

   Obtenga una expresión para el cociente m_X/T_D, con T_D la temperatura de desacople, ¿qué dependencia tiene con los parámetros?. Calcule $\Omega_{x,0}$ y discuta de qué parámetro depende fuertemente. Estime la sección eficaz que deberían tener las partículas X si queremos que formen toda la materia oscura que observamos hoy, i.e. $\Omega_{X,0} = \Omega_{c,0} \simeq 0.26$.

   Ayuda. Para estimar la velocidad de las partículas puede utilizar su valor rms a partir del teorema de equipartición para el régimen no relativista. Para el paso final de estimar la sección eficaz puede utilizar que $m_X/T_D \simeq 10$ (dado que este cociente tiene una débil dependencia con los parámetros, es razonable asumir este valor para calcular σ_a).

2. Utilizando los conceptos del ejercicio 1 se define $Y_X = n_X/s$ como el número de partículas X por unidad de volumen comoviente, en el caso relativista tenemos que la densidad numérica está dada por $n_X = (3/4)\zeta(3) g T_X^3/\pi^2$ [si se trata de un fermión, si fuera un bosón ¿qué factor debe omitir?], y la densidad de entropía de radiación está dada por $s = 2\pi^2 g_{*s} T^3/45$, con

$$g_{*s} = \sum_{i=\text{bos UR}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fer UR}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 . \tag{1}$$

   (a) Escriba la expresión más simple que pueda para Y_X. ¿Depende de T?

   (b) Calcule la densidad de entropía de radiación hoy s_0. Recuerde que hoy los grados de libertad relativistas están dados por fotones y neutrinos no masivos.

(c) Habiendo resuelto 2b ya tiene una expresión para n_{Y0} (hoy) en función de Y_X. Si supone ahora que las hipotéticas partículas X no son otra cosa que simples fotones, ¿cuánto debería valer Y_X para estos fotones? [ya sabemos el valor de $n_{\gamma 0}$ hoy].

(d) Calcule nuevamente el valor de Y_X suponiendo que las partículas X son fotones pero ahora a partir de la expresión hallada en 2a. ¿Coincide este valor con el hallado en 2c?

(e) Calcule ahora la abundancia remanente $\rho_\nu = n_\nu m_\nu$ de neutrinos masivos que se desacoplan en el régimen ultra relativista en función de la masa. Halle una expresión simple que permita acotar las masas de los neutrinos en función de los datos observacionales cosmológicos.

3. Considere dos escenarios en los que la densidad de energía del universo es igual a la crítica y, a su vez, está compuesta por materia oscura fría y por un neutrino. En el primer escenario el neutrino es no masivo mientras que en el segundo su masa es de 0.06 eV. Grafique la densidad de energía como función del factor de escala en ambos casos. Muestre que dicha cantidad coincide en los dos escenarios para tiempos muy tempranos y muy tardíos, la diferencia debe darse para tiempos intermedios. ¿Cuáles son las escalas que determinan el cambio en el comportamiento de la energía?

4. (a) Entre los candidatos a proveer la materia oscura, los neutrinos masivos ν tienen un papel privilegiado: sabemos que los neutrinos existen y, además, al menos alguna especie debe ser masiva. Si su abundancia hoy es una fracción de la de los fotones de la radiación cósmica de fondo, $n_\nu = (3/11)n_\gamma$ (por especie de neutrino) ¿Qué masa deberían tener los neutrinos (considerados “no relativistas”) para “cerrar el universo” (hacer que $\Omega_\nu = 1$)? ¿Es este valor compatible con las observaciones en experimentos (no cosmológicos) de neutrinos?, ¿con cuáles?. Sabemos que $m_\nu c^2 \sim k_B T_\nu$ es el límite que separa νs relativistas de νs no relativistas. Si la temperatura hoy para los “neutrinos de fondo” es $T_{\nu,0} \sim 2$ K, verifique que la hipótesis de νs no relativistas para lograr $\Omega_\nu = 1$ está bien fundada.

   (b) Demostrar que si un neutrino estable es no relativista en el momento de su desacople, su masa debe ser mayor que ~ 1 GeV si $\Omega_\nu < 1$. Use que $\sigma = G_F^2 m_\nu^2/(2\pi)$.

   Ayuda. Use exactamente la relación que obtuvo entre $\Omega_{X,0}$ y σ_a en el inciso 1b pero ahora reemplace σ_a por la σ propuesta en este inciso y halle la cota para m_ν. Escriba en una línea por qué puede usar los resultados del inciso 1b.

5. Considerar un sistema de materia oscura fermiónica desacoplada del plasma, cuya distribución inicial en el espacio de fases es $f = (g/h^3)\,\{1 + \exp{(\epsilon/k_B T)}\}^{-1}$, que da lugar a un objeto con $f \simeq (\rho/m)(2\pi m^2\sigma^2)^{-3/2} \exp\left\{-p^2/(2m^2\sigma^2)\right\}$

   (a) A través de la ecuación de Boltzmann sin colisiones (ecuación Liouville), que determina la evolución de la función de distribución, estime una cota para m. ¿Por qué tiene sentido usar la ecuación de Liouville?

   (b) Suponga que $\rho = \sigma^2/(2\pi G r^2)$ y evaluar la cota para $r = 5$ kpc y $\sigma = 150$ km s^{-1}.

   (c) ¿Podría usar esta desigualdad para descartar ciertos modelos de materia oscura? Explique brevemente.

   Ayuda. Ver libro de Peacock pág. 385.