Física Estadística Computacional

Percolación - 1° cuatrimestre 2017

Problema 1: Determinación de p_c

Considere redes cuadradas de lado $L = 4, 16, 32, 64, 128$.

(a) Estime el valor de la probabilidad crítica (p_c), registrando los valores de p para los cuales aparece el *cluster percolante*. Comience con $p = 1/2$, si el sistema percola repueble la red (usando la misma semilla de números pseudo-aleatorios) con $p = p - 1/4$. En caso contrario, use $p = p + 1/4$. Repita este procedimiento sumando o restando 1/8, 1/16, ... , hasta alcanzar la precisión deseada. Promedie luego sobre diferentes realizaciones de la red (semillas).

(b) Calcule la probabilidad de aparición del cluster percolante $F(p)\,dp$ cuando $p \in [p, p + dp]$. Estime $p_c(L)$ como el valor de p para el cual la red percola al menos la mitad de las veces. Compare con el método anterior.

(c) Estudie cómo se comporta la dispersión de los valores obtenidos en los puntos anteriores para p_c, en función del tamaño del sistema.

(d) Utilizando los resultados anteriores para fijar un rango de búsqueda, emplee el ajuste χ^2 a la distribución de fragmentos para deteminar $p_c(L)$. Recuerde que $n_s(p_c) \sim s^{-\tau}$, por lo que $\ln(n_s)$ vs. s debe ajustarse mediante una recta cuando $p = p_c$.

Problema 2: P_∞

Calcule la intensidad del cluster percolante P_∞ en función de p para diversos tamaños de red.

Problema 3: dimensión fractal

Encuentre la masa M del cluster percolante para $p = p_c$ como función de L. Calcule la dimensión fractal involucrada.

Problema 4: hipótesis de *scaling*

Según la hipótesis de *scaling* $n_s(p) = q_0\, s^{-\tau} f(z)$ con $z = s^\sigma.\epsilon$. Pues bien, encuentre la función de scaling $f(z)$. Utilice para ello una red de $L = 64$, el valor de τ ya calculado en el punto 1(d) y el valor de σ correspondiente a $L = \infty$. Utilice eventos provenientes de un amplio rango de p, considerando sólo fragmentos $0.01 < s/s_0 < 0.12$.

Problema 5: exponente σ

Conociendo ya la forma cualitativa de $f(z)$ estime el valor del exponente crítico σ. Para ello, estudie para clusters de tamaño $1 \le s \le 15$, cuál es el valor de ε_s para el cual la producción de fragmentos de tamaño s se maximiza.

Problema 6: γ-matching

Para $L = 6, 128$ encuentre el exponente crítico γ. Para ello, estudie el comportamiento cerca de $\varepsilon = 0$ de

$$m_2(p) = \sum_{s=1}^{s_\infty} n_s s^2 \sim c_\pm |\varepsilon|^{-\gamma} \tag{1}$$

Problema 7: Grupo de renormalización

Enumere las configuraciones percolantes para una celda $b = 2$. Encuentre la relación de recursión correspondiente y los puntos fijos asociados. Utilice diversos criterios de *percolación interna* y compare. Encuentre p^* y ν.