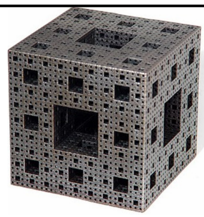
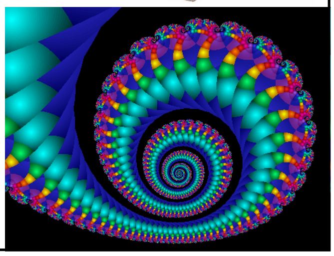




侍

Modelos Fractales

Definiciones de Fractales

a) Maldebrot 1982

Una fractal es por definicion un conjunto para el cual la dimension de Haussdorff-Besicovitch supera estrictamente la dimension topologica

(muy restrictiva)

b) Maldebrot 1986

Una fractal es una "forma" compuesta por partes que se parecen al todo de alguna manera

Hasta ahora vimos que:

1) hay pocos resultados exactos para la estructura de los clusters en el punto critico

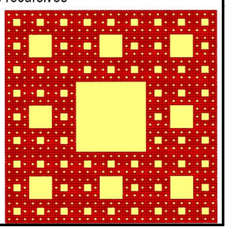
2) Fractalidad es "la palabra"

.

Existen ciertos procesos geometricoss deterministicos de construccion de fractales llamados "modelos fractales recursivos geometricos", son fractales no aleatorias.

.

Primero tenemos la "alfombra de Sierpirski"



Se empieza con un cuadrado lleno de area $A = 1$, y Masa $M = 1$

Un cuadrado lleno se reemplaza por 9 cuadrados con el central vacio (que forman un cuadrado)

Un cuadrado vacio se reemplaza por un cuadrado de area 9 veces mayor (un cuadrado)

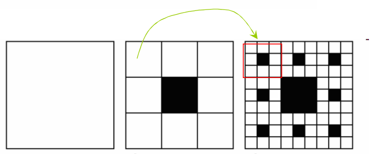


Figure 1: n = 0 Figure 2: n = 1 Figure 3: n = 2

De aqui resulta que la secuencia de areas es

	M	A	*llenos*	*vacios*
1	1	1	1	0
2	8	9	8	1
3	64	81	64	$1 \cdot 9 + 8 \cdot 1$
4	$64 \cdot 8$	$81 \cdot 9$	$64 \cdot 8$	$1 \cdot 9 \cdot 9 + 8 \cdot 1 \cdot 9 + 64 \cdot 1$

$64 \cdot 8 + 81 + 72 + 64 = 729$

La condicion de fractalidad en nuestro caso es

$$\boxed{M = L^D}$$

con $D < d$

en este caso resulta : para n pasos

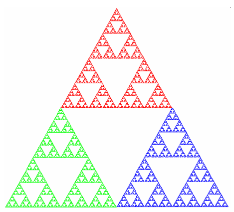
$$L = 3^n$$
$$M = 8^n$$

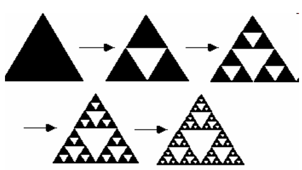
De donde

$$\boxed{D = (\ln M)/(\ln L) = \ln(8)/\ln(3) = 1.893}$$

.

Lo interesante es que la dimension fractal resultante es que la dimension fractal resultante es muy cercana a 1.896 que se parece mucho a la dimension fractal del cluster percolante en 2 dimensiones.

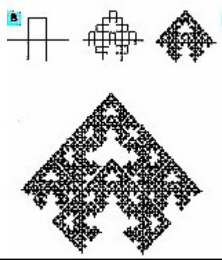


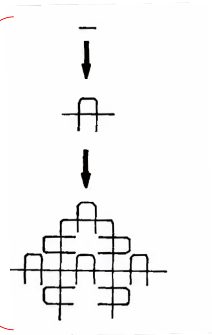


Sin embargo le faltan ingredientes, como ser los colgajos!

Esto fue encarado por Maldebrot y Given PRL 52(1984) 1853

proponen:





En este caso tenemos:

.

a) empezamos con un segmento de longitud 1

b) en el siguiente paso tenemos una celda de :

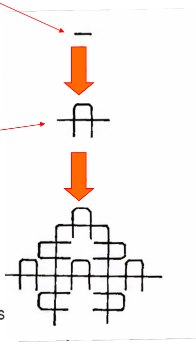
uniones $\Rightarrow 8$
camino minimo $\Rightarrow 3$
camino maximo$\Rightarrow 5$
sueltos $N_{sc} \Rightarrow 2$

.

la resistencia entre nodos se multiplica por :
$2 + 1/(\frac{1}{3} + 1) = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

.

De aqui podemos calcular diversas dimensiones fractales

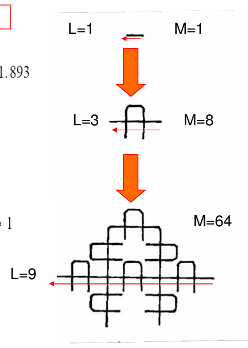


a) para el "Bulk"

la masa se incrementa en $\boxed{\text{factor 8}}$
el tamaño va por 3
De donde resulta $D_B = \ln 8/\ln 3 = 1.893$

b) para el camino minimo

el camino crece en 3
el tamaño crece en 3
De donde resulta $D_{\min} = \ln 3/\ln 3 = 1$



c) para el maximo

el camino crece en 5
el tamaño crece en 3
De donde resulta $D_{\max} = \ln 5/\ln 3 = 1.465$

d) para los simplemente conectados

los sc crecen en 2
el tamaño crece en 3
De donde resulta $D_{sc} = \ln 2/\ln 3 = 0.631$

Resulta que cuando se hace crecer la dimension, mas se parecen a los "experimentales"