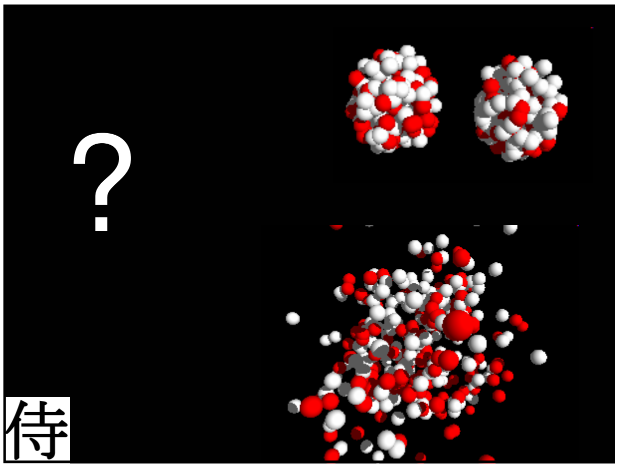


Señales estadisticas de comportamiento critico en sistemas finitos

J.B.Elliott PRC 62 (2000) 064603

Supongamos que queremos estudiar comportamiento critico en sistemas finitos.

Multifragmentacion de clusters metalicos, nucleos atomicos, etc.

Sistemas que estudian

a) Reacciones nucleares de Au+ C a 1.0A GeV

Au= (Z,A)=(79 , 197)

C=(Z,N)=(6,12)

Producida la colision hay una serie de nucleones emitidos tempranamente resultando (hipoteticamente) un sistema

Luego masa total varia (en funcion de la energia) de $A_0 \sim 92$ ($E^*/A_0 \sim 2MeV/nucleon$) a $A_0 \sim 194$. ($E^*/A_0 \sim 16MeV/nucleon$)

Experimentalmente se determina la carga de los fragmentos y se uso que para $Z < 2$ le corresponde una masa = $Z \cdot A_0/Z_0$ donde el cociente varia entre 2.55 y 2.36 para multiplicidades pequeñas y grandes, respectivamente.

b) percolacion de redes cubicas de 6X6X6=216 nodos, la percolacion es de links pues el proceso experimental es a masa total constante

c) Particiones aleatorias

Se trabaja con sistemas de $A = 79$ "elementos", que corresponde a la carga

Se hace del siguiente modo :

i) se fija la multiplicidad (random entre $[1, A]$

ii) Se fija el valor del maximo fragmento (que es funcion de $[A, m]$), A^1_{max} esta en $(1, A - m + 1)$

iii) se sigue de este modo.

Aplicamos el modelo de Fisher.

Sea A la masa de los fragmentos

$$n_A = q_0 A^{-\tau} f(z) g(\mu, T)^A$$

Con

$$z = \epsilon A^{\sigma}$$

y ϵ es la distancia al punto critico

En el punto critico

$$n_A = q_0 A^{-\tau}$$

Que debe satisfacer (no es un power law cualesquiera)

Normalizamos M_1

$$M_1(\epsilon = 0) = \sum A q_0 A^{-\tau} = q_0 \sum A^{1-\tau} = 1.0$$

pues trabajamos con cosas por nodo.

De donde

$$q_0 = 1/\sum A^{1-\tau}$$

Valido si vale la aproximacion de FDM

El segundo momento diverge con $\gamma = (3-\tau)/\sigma$

Señales de transiciones de fase en las distribuciones de clusters.

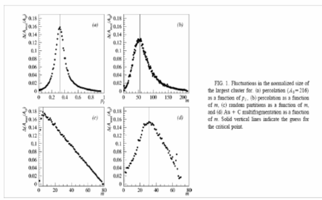
1) Fluctuaciones

En el punto critico hay fluctuaciones de todos los tamaños

Esta desaparicion de escalas caracteristicas puede ser estudiada

Tener en cuenta que para fluidos en el punto critico se anula la tension superficial

i) Estudio de $\Delta(A_{\max}/A_0)$



Lo interesante es que la curva c) que corresponde a particiones aleatorias tiene un maximo que no tiene nada que ver con una transicion de fase de segundo orden. Observar que aparece la multiplicidad

Esto se entiende porque en $m = 1$ la flustuaciones son 0 por condiciones de contorno y lo mismo para $m = 79$

ii) Fluctuaciones en el tamaño medio del maximo fragmento

$$\sigma^2 = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{N}\sum A^2\right) - \langle A\rangle^2$$

tomando en cuenta que

$$\langle A\rangle = \left(\sum n_A A\right)/\left(\sum n_A\right) = M_1/M_0$$

Entonces

$$\sigma^2 = \frac{M_2}{M_0} - \left(\frac{M_1}{M_0}\right)^2$$

En general se usa

$$\gamma_2 = \frac{\sigma^2}{\langle A\rangle^2} + 1 = \frac{M_2 M_0}{M_1^2}$$

Que se denoomina la variancia reducida.

Hay diversos modos de medirla....

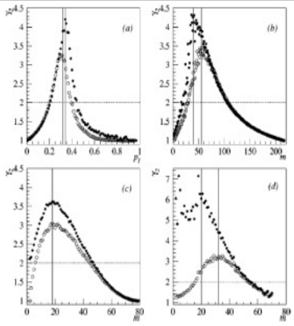


FIG. 2. Fluctuations as measured by γ_2 for (a) percolation as a function of p_I, (b) percolation as a function of m, (c) random partitions as a function of m, and (d) Au + C multifragmentation as a function of m (at low m $\overline{\gamma_2}$ is affected by fission events not completely filtered). Open circles show $\langle\gamma_2\rangle$, while filled circles show $\overline{\gamma_2}$ (see text for details). Solid vertical lines indicate the guess for the critical point. A dotted horizontal line shows the value of $\gamma_2=2$.

Nuevamente aun para particiones aleatorias encontramos un maximo.

Divergencia de los momentos

Hemos visto que en percolacion diversos momentos divergen (los con k>1) como

$$M_k = (p - p_c)^{-(k+1-\tau)/\sigma}$$

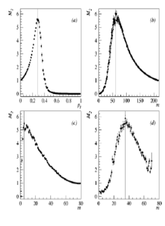


FIG. 5. The second moment M_2 of the cluster distributions for (a) percolation as a function of p_I, (b) percolation as a function of m, (c) random partitions as a function of m, and (d) Au + C multifragmentation as a function of m. Solid vertical lines indicate the guess for the critical point.

Atencion, esto se calcula removiendo el cluster maximo pues FDM es sobre los clusters del gas.

Para calcular esto es necesario conocer la posicion de p_c o m_c

Siguiendo a Phys Rev. C 49(1994) 3185

Calculo de τ_{eff} minimo

Si estudio el espectro de masa veo que este es del tipo :

$$n_A = q_0 A^{-\tau} f(\epsilon A^{\sigma})$$

De donde se puede suponer que para todo p distinto de p_c la distribucion de fragmentos pequeños sera mas empinada que en el punto critico.

Pero ....

Si intentamos un fit con dos parametros :

$$\tau_{eff} = -\frac{\partial \ln n_A(\epsilon)}{\partial A}$$

entonces

$$\tau_{eff} = \tau - A \frac{\partial \ln f}{\partial A}$$

luego

$$\frac{\partial \tau_{eff}}{\partial \epsilon} = -A \frac{\partial}{\partial \epsilon} \frac{\partial \ln f}{\partial A}$$

Entonces τ_{eff} depende de f !

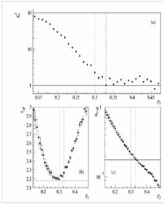


FIG. 8. Results for τ_{eff} minimum analysis on percolation as a function of p_I: (a) χ^2_ν, (b) fitted τ_{eff}, and (c) q_0. The vertical dotted lines show the location of the minimum in τ_{eff}. The vertical dashed line shows one instance of a better fit based on χ^2_ν. The horizontal solid lines show the accepted values of τ and q_0 for percolation.

Señales buenas

El power law de Fisher

Como vimos antes no se puede fitear τ usando dos parametros como si fuese un power law cualesquiera.

Elmetodo consite entonces en fitear solo τ usando

$$q_0 = 1/\sum A^{1-\tau}$$

Que es la ξ de Riemann

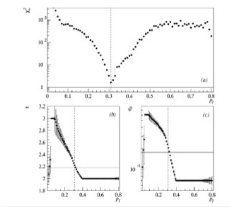


FIG. 12. Results for the full Fisher τ-power law analysis on percolation as a function of p_I: (a) χ^2_ν, (b) fitted τ, and (c) q_0. The vertical dashed line shows the estimate of the critical point based on a best fit based on χ^2_ν. The horizontal solid lines show the accepted values of τ and q_0 for percolation.

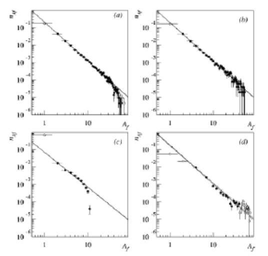


FIG. 16. Best fit Fisher τ-power laws for (a) percolation (p_I), (b) percolation (m), (c) random partitions, and (d) Au + C multifragmentation. Solid circles were included in the fits, open circles were excluded. Solid lines show the best fit power law, dotted lines indicate error in the power law based on errors in the fitted parameters.

NVM

Otra propuesta para detectar el punto critico es:

C.O.Dorso et al. PRC 60 (1999)034606

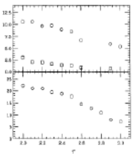


FIG. 2. Normalized variance for the random partition model when the partitioning is performed according to a power law with τ in the range $2<\tau<3$ (the physically interesting region) for, in the upper part, the system with $A_{tot}=100$ with unrestricted multiplicity (open squares) and fixed multiplicity (in the most probable value, open circles), and in the lower part the same but for $A_{tot}=200$ and free multiplicity. In all cases no signal is observed.

entering the Yukawa potentials are given in Ref. [4] and give a corresponding equation of state (EOS) of classical matter

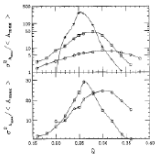


FIG. 4. Normalized variance for bond percolation in finite systems as a function of the bond activation probability Q, for, in the upper part, lattices of sizes $20\times20\times20$ (crosses), $10\times10\times10$ (squares), and $5\times5\times5$ (circles) with unrestricted multiplicity. It is readily seen that the smaller is the size of the lattice the bigger is the difference of the maximum of the curves from the percolation critical bond for infinite lattice ($Q_c=0.23$). This is a clear manifestation of finite size effects. The lower part shows the same as the upper part but for fixed multiplicity and for lattices of sizes $10\times10\times10$ (squares) and $5\times5\times5$ (circles).

Donde se grafica :

$$\sigma_{NVM} = \frac{\langle A_{\max}^2 \rangle - \langle A_{\max} \rangle^2}{\langle A_{\max} \rangle}$$

$$\sigma_{NV} = \frac{\sigma^2_{A_{\max}}}{\langle A_{\max} \rangle}, \qquad (2)$$

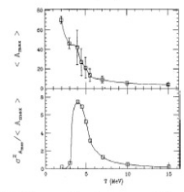


FIG. 6. The upper part shows the average mass of the maximum fragment while the lower part the NVM as a function of the initial temperatures displayed in Fig. 5. It can be seen that the NVM displays a sharp maximum for events with initial temperature of $T=4$ MeV.