

# COSMOLOGÍA - 1er cuatrimestre 2019

Prof. Esteban Calzetta

Departamento de Física, FCEyN, UBA

## Guía 4: Radiación cósmica de fondo

### A - Recombinación, desacople y superficie de último scattering

- (a) Demostrar, suponiendo que el proceso de recombinación ocurre en equilibrio termodinámico y que los átomos de H neutro se forman en su estado fundamental, que la fracción de protones que permanecen sin combinar  $X$  satisface la ecuación de Saha:

$$\frac{1-X}{X^2} \approx 3.84 \eta \left( \frac{k_B T}{c^2 m_e} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{B}{k_B T} \right), \quad (1)$$

donde  $B = 13.6$  eV es la energía de ionización del H neutro y  $\eta = 2.68 \times 10^{-8} \Omega_b h^2$  es el cociente entre el número de bariones y fotones.

- (b) Grafique numéricamente la fracción de ionización  $X$  en función de la temperatura o redshift. Para  $\Omega_b h^2 = 0.1$  y  $0.01$ , estime la temperatura y redshift de recombinación definidos como aquellos en los cuales  $X$  toma un valor arbitrario, e.g.  $0.5$  o  $0.1$ . Compare con la energía de ligadura del hidrógeno. Explique.
2. Dado que los fotones tienen un espectro de cuerpo negro, uno puede estimar la cantidad relativa de fotones con energías  $hf$  mayores a  $E_0$ , en el límite en que  $E_0 \gg k_B T$ , como

$$\frac{n(hf > E_0)}{n_\gamma} \simeq 0.42 \left( \frac{E_0}{k_B T} \right)^2 e^{-E_0/k_B T}. \quad (2)$$

- (a) Muestre la relación (2).
- (b) Asumiendo que el cociente entre bariones y fotones  $\eta = 6.1 \times 10^{-10}$ , ¿a qué temperatura habrá un fotón por barión que ionice al hidrógeno neutro, esto es, un fotón con energía  $hf > Q = 13.6$  eV?
- (c) La temperatura calculada en 2a, ¿es mayor o menor que  $T_{rec} = 3760$  K? Interprete el resultado en términos de la validez de las aproximaciones que asumió para obtener la ecuación de Saha.
3. Las observaciones cosmológicas indican que el universo es espacialmente plano, que su ritmo actual de expansión es  $H_0 = 70$  km/s/Mpc y que actualmente está compuesto en un 70% de energía oscura (constante cosmológica) y en un 30% de materia no relativista, de la cual una sexta parte es materia ordinaria. Teniendo esto en cuenta, obtenga a qué redshifts corresponden las eras de dominio de la radiación, materia y constante cosmológica, y compruebe que la recombinación del hidrógeno se produce durante la era de dominio de la materia. Calcule también la edad del universo en el instante de recombinación.
4. La recombinación del hidrógeno y el desacople de fotones no son el mismo proceso, sin embargo están fuertemente relacionados. Cuando el universo está completamente ionizado (supongamos por concreitud una temperatura de  $3 \times 10^5$  K), la interacción principal de los fotones corresponde al scattering de Thomson con electrones. Dada la sección eficaz de este proceso  $\sigma_T = 6.65 \times 10^{-25}$  cm<sup>2</sup> calcule la temperatura de desacople de los fotones a partir del criterio de Gamow.

5. En épocas actuales, y si consideramos el universo en su totalidad, la radiación interactúa muy poco con la materia no relativista. Una forma de verlo es calcular el camino libre medio (CLM) de los fotones. Este depende de la densidad del medio intergaláctico, y de su estado de ionización.

- (a) Un valor aproximado para este CLM puede estimarse suponiendo que toda la materia bariónica del universo está distribuida uniformemente y que se halla completamente ionizada. Sabiendo que la interacción de radiación y materia se rige por la difusión Thomson (sección eficaz  $\sigma_T$ ), calcule el valor para el CLM de un fotón. Diga además si este valor corresponde a un valor mínimo del verdadero CLM y justifique. Compare el valor obtenido con el tamaño del universo observable hoy ¿Qué concluye, estadísticamente, sobre la probabilidad de que un fotón interactúe con la materia?
- (b) Calcular el camino libre medio de los fotones antes y después de la recombinación, suponiendo que después de la recombinación queda una ionización residual fraccional  $X = n_p/n_b = 1.2 \cdot 10^{-5} \sqrt{\Omega_m} h^2 / \Omega_b h^2$ , con  $\Omega_m$  y  $\Omega_b$  los parámetros de densidad actuales de la materia total y de los bariones respectivamente. Comparar el camino libre medio calculado con el tamaño del horizonte.
- (c) Dé argumentos que justifiquen, o no, la existencia de una fracción residual de ionización.
- (d) Suponiendo un modelo de recombinación instantánea obtener la expresión analítica para la profundidad óptica:

$$\tau(t_0, t_e) = \int_{t_e}^{t_0} n_e(t) \sigma_T c dt. \quad (3)$$

Trabajando en forma numérica graficar la profundidad óptica en función del corrimiento al rojo  $z_e$ .

- (e) ¿Cuál es la interpretación de  $\tau$ ?
- (f) ¿Cuál es la interpretación del tiempo  $t_*$  (o temperatura o redshift) para el cual  $\tau(t_*) = 1$ , ¿cómo se relaciona con los tiempos de recombinación y desacople?