Temas $\langle$avanzados$\rangle$ de Mecánica Cuántica

DF-FCEN-UBA, Segundo Cuatrimestre 2018

Guía 3: Aproximación adiabática y fase de Berry

1. **Átomo de hidrógeno en un campo dependiente del tiempo**: Problema 12.11 del libro de Ballantine.

2. **Sistema de dos niveles y campo dipolar**: Considere un sistema de dos niveles y un campo aplicado oscilante en aproximación dipolar. Asumiendo que inicialmente $a_1(0) = 1$ y $a_2(0) = 0$ calcule la evolución del coeficiente $C_2(t)$ en condiciones adiabáticas. Calcule el tiempo máximo para el cual puedo asumir la condición adiabática en función de la amplitud y la frecuencia del campo aplicado.

3. **Fase de Berry en un sistema de oscilador armónico**: Considere un electrón en un potencial armónico unidimensional al que se le aplica un campo de λ finita (no en aproximación dipolar):

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2\hat{x}^2 + q\hat{x}^2 E_0 sin(\omega t), \tag{1}$$

   (a) Determine las condiciones sobre E_0 y ω tales que esté justificada la aproximación adiabática (considere que inicialmente el sistema se encuentra en el estado fundamental y analice le evolución de la población del segundo estado excitado).

   (b) Calcule la fase de Berry.

4. **Partícula de espín $\frac{1}{2}$ en un campo magnético**: Considere una partícula de spin $\frac{1}{2}$ en un campo magnético que oscila lentamente (adiabáticamente) con frecuencia ω alrededor del eje z con un ángulo de inclinación θ:
$$\vec{B}(t) = B_0 \begin{pmatrix} sin\theta cos(\omega t) \\ sin\theta sin(\omega t) \\ cos\theta \end{pmatrix}.$$
Si la oscilación del campo es suficientemente lenta el espín de la partícula sigue la dirección del campo y está siempre en un autoestado. El Hamiltoniano de

interacción se escribe $H(t) = -\mu \vec{B}(t).\vec{\sigma}$ donde $\mu = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\hbar$ y $\vec{\sigma}$ son las matrices de Pauli. Demuestre que al cabo de un periodo ($\vec{B}(T) = \vec{B}(0)$) los 2 autoestados $|n_+\rangle$ y $|n_-\rangle$ evolucionan según:

$$|n_\pm(T)\rangle = e^{-i\pi(1\pm cos\theta)} e^{\pm i\frac{\mu}{\hbar}B_0 T}|n_\pm(0)\rangle \tag{2}$$

Ayuda: para calcular la fase de Berry considere el circuito C: $r = B_0 = cte, \theta = cte, \phi(t) = \omega t \epsilon [0, 2\pi]$.

5. **Efecto Aharanov-Bohm**: Problema 12.12 del libro de Ballantine.