

Temas <avanzados> de Mecánica Cuántica

DF-FCEN-UBA, Segundo Cuatrimestre 2018

Guía 6: Propagador y Formalismo de Integral de Camino

1. Chequear explícitamente que el propagador de la partícula libre:

$$G(x, t; x_0, t_0) = (-i) \left[\frac{m}{2\pi i \hbar (t - t_0)} \right]^{1/2} e^{im(x-x_0)^2/2\hbar(t-t_0)}$$

satisface la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo.

2. (Wen 2.1.1.) (a) Mostrar que en el dominio de frecuencia tenemos

$$G(x, x_0, \omega) = \sum_n \frac{\psi_n(x)\psi_n^*(x_0)}{\omega - \epsilon_n}$$

donde ψ_n, ϵ_n son las autofunciones y autovalores de la energía.

- (b) El propagador de un oscilador armónico tiene la forma:

$$G(x, t; x_0, t = 0) = \left[\frac{m\omega_0}{2\pi i \sin(\omega_0 t)} \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{im\omega_0}{2\pi \sin(\omega_0 t)} \left[(x^2 + x_0^2) \cos \omega_0 t - 2xx_0 \right] \right\}$$

(Se tomó $\hbar = 1$) Estudie y explique la estructura de polos de $G(0, 0, \omega)$ para el oscilador armónico. (Ayuda: trate de expandir $G(0, y; 0, 0)$ en la forma $\sum c_n e^{-i\epsilon_n t}$.)

3. (Ballentine 4.10) ¿Cuál es la acción asociada a la propagación de una partícula libre en la trayectoria clásica de (x_1, t_1) a (x_2, t_2) ? Use el resultado para expresar el factor de fase de Feynman en

$$G(x, t; x_0, t_0) = \int e^{iS[x(\tau)]/\hbar} d[x(\tau)]$$

en términos de la longitud de de Broglie.

4. (Ballentine 4.12) Use el método de integral de camino para calcular el propagador de una partícula libre en forma aproximada, incluyendo solo la trayectoria clásica. ¿El resultado es aproximadamente correcto o es exacto en este caso?