

Generación de patrones espaciales  
Práctica computacional para presentar en el final  
Dinámica No Lineal - 1er cuatrimestre 2013

**Sistema Activador-Inhibidor**

Las siguientes ecuaciones en derivadas parciales corresponden a una posible interacción entre un activador autocatalítico  $a(x)$  y su antagonista, el inhibidor  $b(x)$ . La relación de cambio por unidad de tiempo de ambas concentraciones de las sustancias es función de la concentración presente.

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial t} &= s \left( \frac{a^2}{b + b_a} \right) - r_a a + D_a \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} \\ \frac{\partial b}{\partial t} &= s a^2 - r_b b + D_b \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} + b_b\end{aligned}$$

donde  $t$  es el tiempo,  $x$  es la coordenada espacial,  $D_a$  y  $D_b$  son los coeficientes de difusión, y  $r_a$  y  $r_b$  las tasas de decaimiento de  $a$  y  $b$ . A continuación describimos en detalle los términos:

- $sa^2/b$  es la tasa de producción no lineal autocatalítica de  $a$ , que se ralentiza por la presencia del inhibidor  $b$ .  $s$  es una constante que da cuenta de la habilidad del sistema de generar autocatálisis
- $-r_a a$  es la tasa de remoción a la cuál la molécula desaparece
- $D_a \partial^2 a / \partial x^2$  es el cambio por difusión
- $b_a$  es la producción basal de activador
- $b_b$  es la producción basal de inhibidor

Utilizando el código “patrones.c” donde ya está implementada la ecuación y una pequeña perturbación inicial en  $a$ , modifique los parámetros del sistema para:

1. (a) Decidir qué parámetros son importantes para la generación de patrones  
(b) Encontrar los rangos en donde se generan patrones estacionarios
2. (a) Encontrar los parámetros que permiten modificar el espaciado del patrón  
(b) Presentar los gráficos obtenidos y una relación funcional entre el espaciado y uno de los parámetros
3. (a) Encontrar los parámetros que modifican la escala temporal  
(b) Presentar gráficos de los distintos tiempos de formación de patrones
4. Modifique la perturbación inicial, y/o las concentraciones iniciales de  $a$  y  $b$  y evalúe qué distintos tipos de patrones puede generar
5. (Difícil) ¿Puede encontrar una perturbación y una configuración de parámetros para la cual se obtenga un patrón estacionario oscilatorio?

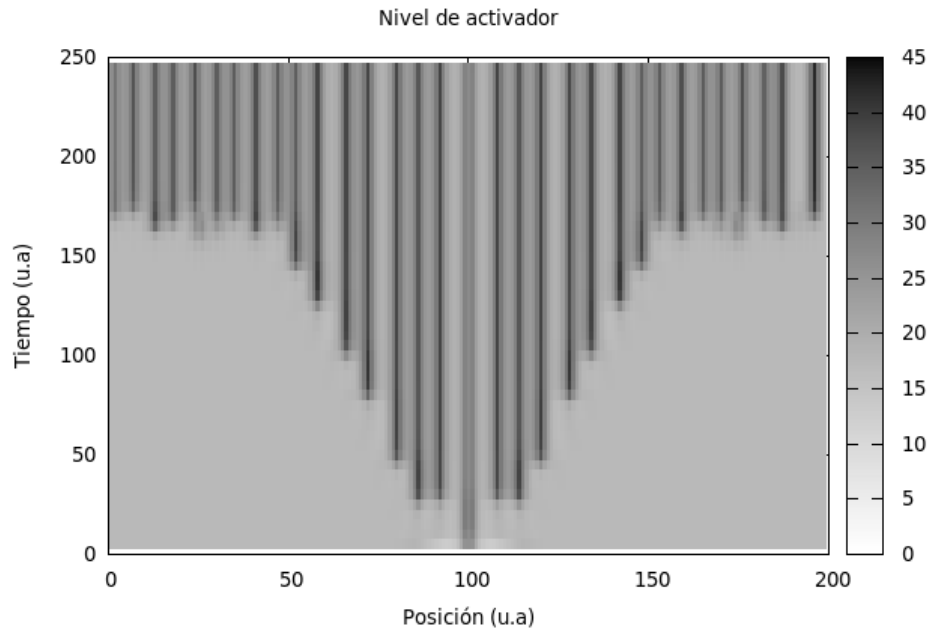


Figura 1: Figura generada con el comando `load "contorno.txt"` en gnuplot, dentro de la carpeta "temp" con los archivos de salida de "patrones.c". Una perturbación en el centro se propaga generando patrones estacionarios con una estructura de periodicidad espacial poco variable.

La implementación discreta del Laplaciano para el caso de  $a$  es la siguiente (idéntico para  $b$ ):

$$\nabla^2 a_i = \frac{a_{i+1} - 2a_i + a_{i-1}}{h^2}$$

donde  $i$  indica el número de casillero en la discretización espacial del problema. Se encuentran implementadas condiciones de borde con derivada nula en el código "patrones.c".