DNL/MCA 2020
Práctica 20/05/2020
Cátedra Mindlin

Orador hoy: Santiago Boari

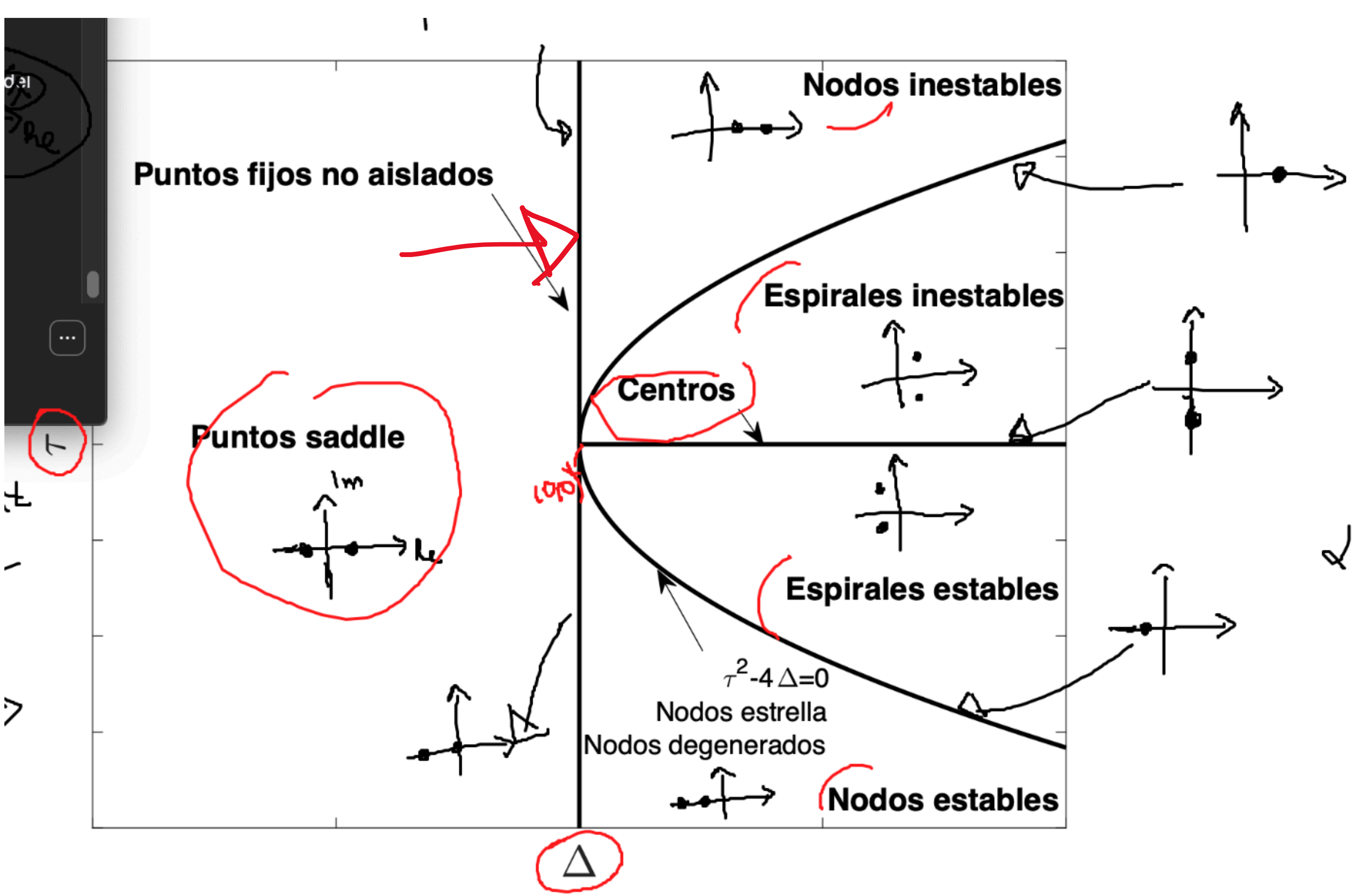
Bifurcaciones 2D (1)

Bifurcaciones 2D

- De 1D, recordemos:
  - Saddle-node (aparición/desaparición de 2 puntos fijos que “colisionan” en la bifurcación) $\dot{x} = r + x^2$
  - Transcrítica (intercambio de estabilidad entre dos puntos fijos) $\dot{x} = rx - x^2$
  - Pitchfork (aparición/desaparición de 2 puntos fijos al colisionar con un tercero, y cambio de estabilidad de éste último) $\dot{x} = rx - x^3$

  - Si en 1D las bifurcaciones saddle-node, transcrítica y pitchfork ocurrían cuando **la derivada** del campo vector se anulaba en un punto fijo, en 2D (y más arriba) ocurren cuando (al menos) **uno de los autovalores del *Jacobiano* se anula.** (Para esto nos sirvió linealizar y estudiar el Jacobiano del problema en la guía 3!).
  - La forma de detectarlas es **buscar los puntos fijos y estudiar su estabilidad**. Esta está dada ahora **por los autovalores del Jacobiano en cada punto**.

Bifurcaciones 2D: recordando (τ,Δ)



Las que ya conocíamos en 1D ocurren para:

$$\boxed{\begin{array}{c}\tau \neq 0 \\ \Delta = 0\end{array}}$$

$\alpha \pm i\omega$

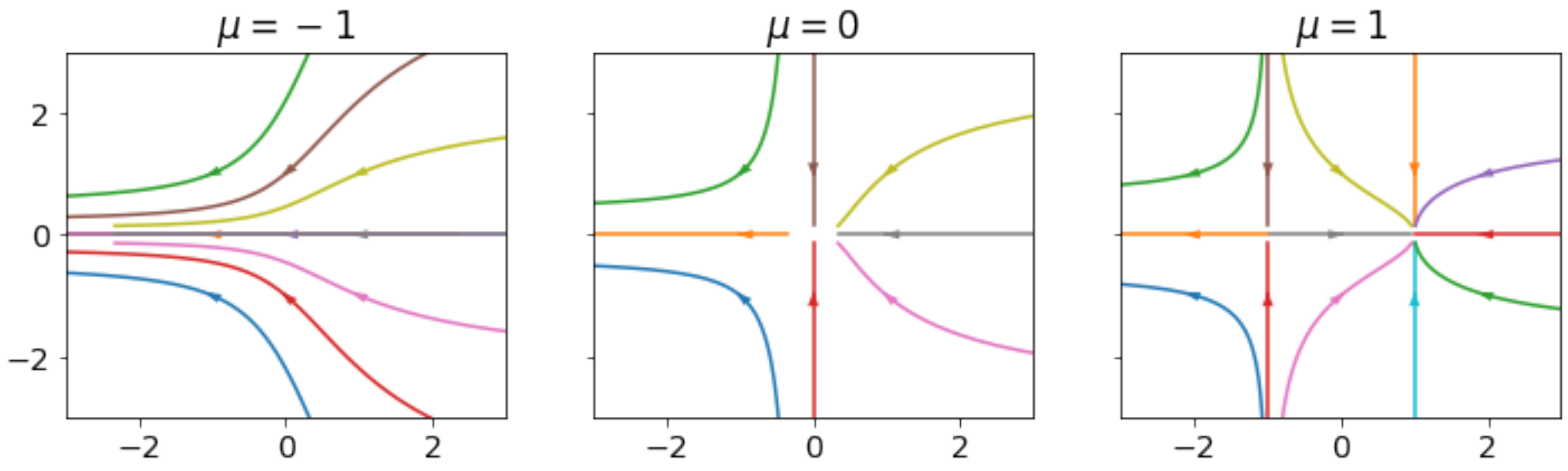
Veamos un ejemplo: Saddle-node

- Se caracteriza por la aparición/desaparición de 2 puntos fijos.
- $\dot{x} = \mu - x^2$
- $\dot{y} = -y$
- PF: $y^* = 0$, y $x^* = \pm\sqrt{\mu}$

$$J(x, y) = \begin{pmatrix} -2x & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$J(x_c, y_c) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$J(x_\pm^*, y^*) = \begin{pmatrix} \mp 2\,\mu & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$



Problema para resolver hoy

3. **(*) Gusanos vs. Bosque.** Ludwig propuso un modelo para los efectos de una población de gusanos en un bosque de abetos. Se asume que la condición del bosque está caracterizada por $S(t)$ (tamañno promedio de los árboles) y $E(t)$, reserva de energía (una medida de la salud del bosque). En presencia de una población constante de gusanos B, la dinámica del bosque está dada por:

$$\begin{aligned}\dot{S} &= r_S S\left(1 - \frac{S}{K_S}\frac{K_E}{E}\right)\\ \dot{E} &= r_E E\left(1 - \frac{E}{K_E}\right) - P\frac{B}{S}\end{aligned}$$

donde $r_S, r_E, K_S, K_E, P > 0$.

(a) Interprete los términos en el modelo biológico.

(b) Adimensionalice el sistema.

(c) Dibuje las nulclinas. Mostrar que si B es chico hay 2 puntos fijos, y ninguno si B es grande. ¿Qué tipo de bifurcación ocurre para el valor crítico B_c?

(d) Dibuje el retrato de fases para B chico y B grande.

Mute | Stop Video | Security | 41 Participants | New Share | Pause Share | Annotate | More

You are screen sharing | Stop Share

Talking:

$\dot S$

$\dot S = r_S S\left(1 - \frac{S}{K_S}\frac{K_E}{E}\right)$

$\dot E =$

Zoom Group Chat

claro
sin migraciones tampoco
osea, cambio en el N poblacional = cte

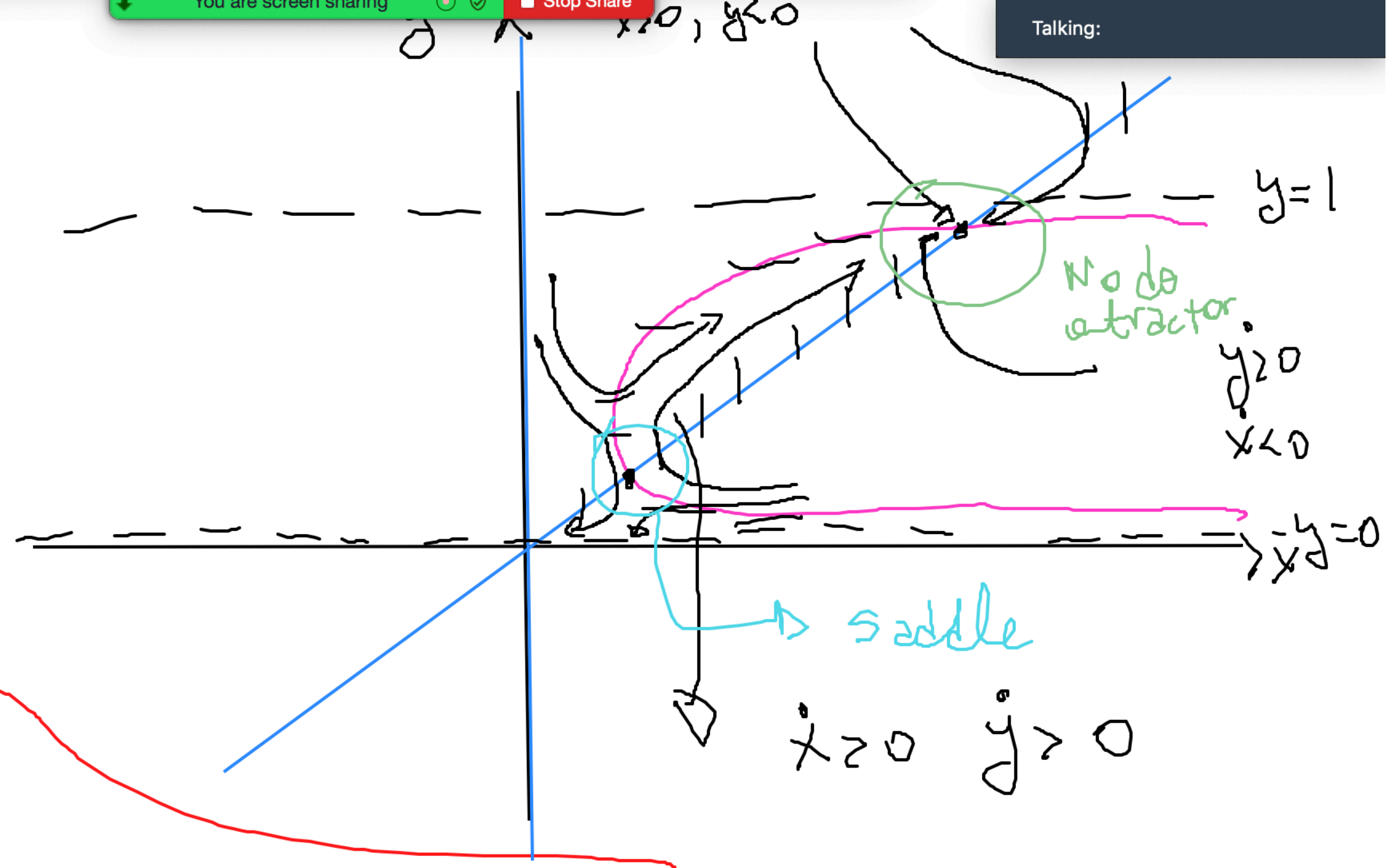
From jose crespo to Everyone:
habla facu metal

From Facundo Fainstein to Everyone:
Darth facu

From jose crespo to Everyone:
jaja

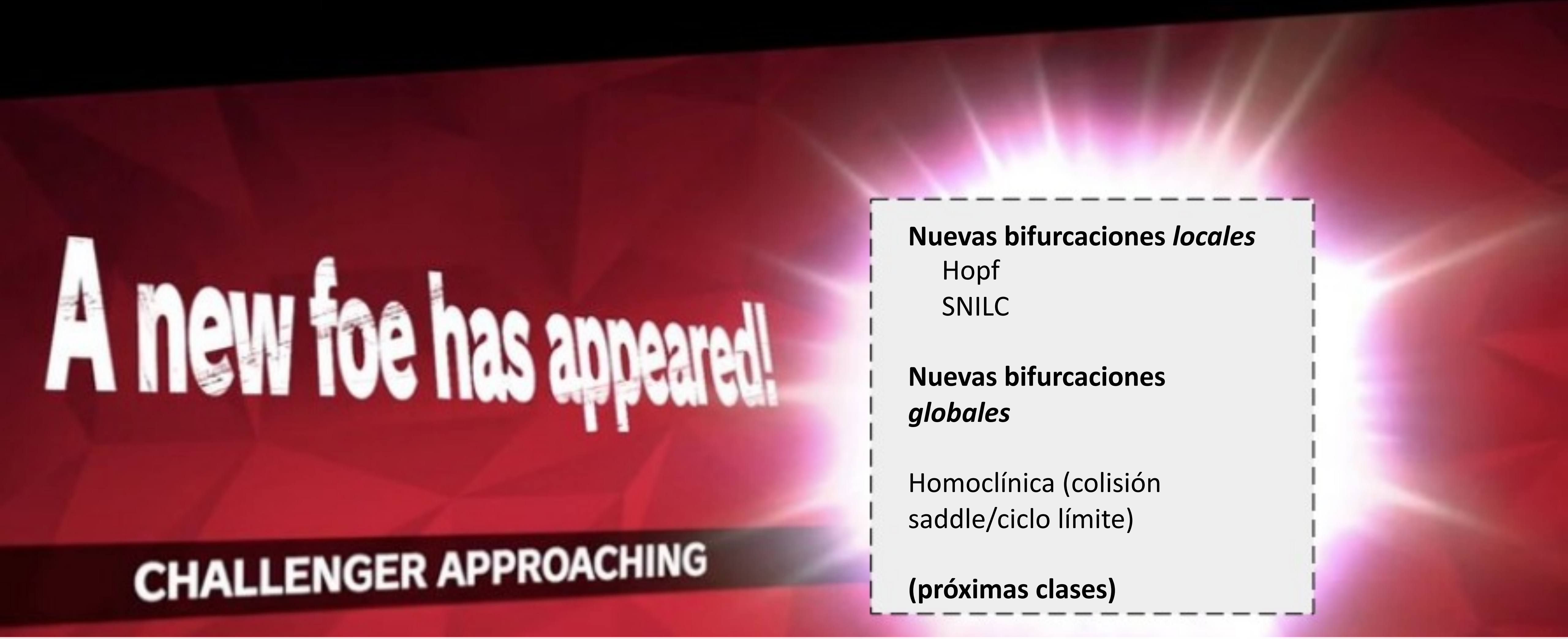
To: Facundo Fai... (Privately)

Type message here...



$$\begin{cases} \dot x = x\left(1 - \frac{x}{y}\right) \\ \dot y = y(1-y) - \beta\frac{1}{x} \end{cases}$$

Mouse | Select | Text | Draw | Stamp | Spotlight | Eraser | Format | Undo | Redo | Clear | Save



Nuevas bifurcaciones *locales*

- Hopf
- SNILC

Nuevas bifurcaciones *globales*

Homoclínica (colisión saddle/ciclo límite)

(próximas clases)

Bifurcaciones 2D