Ejercicio para entrega Dinámica No Lineal / Mecánica Clásica Avanzada

Cátedra Mindlin

1er cuatrimestre 2020

Tema: Variedad Central (RECUPERATORIO)

Sea el sistema:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - \mu x + x^3 = 0$$

Que presenta al menos una bifurcación.

(a) Escríbalo como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden 1, encuentre los puntos fijos.
(b) Analice la estabilidad de los puntos fijos, busque y clasifique las bifurcaciones.
(c) Considere un entorno del origen. En términos del método de la variedad central: ¿para qué valores del parámetro espera poder reducir la dinámica a una descripción unidimensional? ¿Por qué?
(d) Llevando la parte lineal a su forma de Jordan y transformando todo el sistema, finalmente se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\frac{du}{dt} = \mu(u+v) - (u+v)^3$$

$$\frac{dv}{dt} = -v - \mu(u+v) + (u+v)^3$$

(e) Calcule la variedad central que depende del parámetro μ. Reduzca la dinámica a la variedad central e identifique la bifurcación que quedó incluida. ¿Coincide con el resultado del ítem b?
(f) Dibuje retratos de fase compatibles con la información obtenida para las distintas condiciones según el parámetro μ cerca de la bifurcación y **[opcional]**: compárelos con retratos de fase obtenidos por integración numérica