Guia 6 Dinámica No Lineal - Formas Normales- Cátedra G.Mindlin

1er Cuatrimestre 2021

Nota: los problemas que figuran con (*) son obligatorios. El resto son optativos, pero recomendados.

1. (*) Determine la forma normal de los siguientes sistemas linearizados

$$i) \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 2\lambda \end{pmatrix} \quad ii) \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad iii) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad iv) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

2. Sea $X(x)$ un campo vector suave que satisface Tr $DX(0)$=Det $DX(0)$=0, $DX(0) \neq 0$. Demostrar que la forma normal de X viene dada por

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \sum_{r=2}^{N} \begin{pmatrix} a_r y_1^r \\ b_r y_1^r \end{pmatrix} + O(|\mathbf{y}|^{N+1}) \tag{2}$$

3. (*) Dada $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$, calcular $L_A \begin{pmatrix} x^m \\ 0 \end{pmatrix}$ y $L_A \begin{pmatrix} 0 \\ x^m \end{pmatrix}$, con $x^m = x_1^{m_1} x_2^{m_2}$. Obtenga la representación matricial de L_A respecto de la base

$$\left[\begin{pmatrix} 0 \\ x_1^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_2^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 x_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2^2 \\ 0 \end{pmatrix} \right]. \tag{3}$$

   Muestre que los autovalores de L_A están dados por $m_1\lambda_1 + m_2\lambda_2 - \lambda_i$, $i = 1, 2$, con $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ y $m_1 + m_2 = r = 2$.

4. Generalice el ejercicio anterior para encontrar la matriz representativa de $L_\Lambda : H^r \to H^r$, $r \geq 2$ cuando $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$. Muestre que los autovalores de L_Λ se repiten con valor $\lambda(r-1)$. Muestre que L_A^{-1} existe sí y sólo sí $\lambda \neq 0$.