

# Guía 6 Dinámica no lineal - Formas Normales - Cátedra G. Mindlin

1er Cuatrimestre 2022

**Nota:** los problemas que figuran con (\*) son obligatorios. El resto son optativos, pero recomendados.

1. Determine la forma normal de los siguientes sistemas linearizados

$$i) \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 2\lambda \end{pmatrix} \quad ii) \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad iii) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad iv) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

2. Sea  $X(x)$  un campo vector suave que satisface  $\text{Tr } DX(0) = \text{Det } DX(0) = 0$ ,  $DX(0) \neq 0$ . Demostrar que la forma normal de  $X$  viene dada por

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \sum_{r=2}^N \begin{pmatrix} a_r y_1^r \\ b_r y_1^r \end{pmatrix} + O(|\mathbf{y}|^{N+1}) \quad (2)$$

3. Dada  $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ , calcular  $L_A \begin{pmatrix} x^m \\ 0 \end{pmatrix}$  y  $L_A \begin{pmatrix} 0 \\ x^m \end{pmatrix}$ , con  $x^m = x_1^{m_1} x_2^{m_2}$ . Obtenga la representación matricial de  $L_A$  respecto de la base

$$\left[ \begin{pmatrix} 0 \\ x_1^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ x_2^2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 x_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2^2 \\ 0 \end{pmatrix} \right]. \quad (3)$$

Muestre que los autovalores de  $L_A$  están dados por  $m_1 \lambda_1 + m_2 \lambda_2 - \lambda_i$ ,  $i = 1, 2$ , con  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$  y  $m_1 + m_2 = r = 2$ .

4. Generalice el ejercicio anterior para encontrar la matriz representativa de  $L_\Lambda : H^r \rightarrow H^r$ ,  $r \geq 2$  cuando  $\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ . Muestre que los autovalores de  $L_\Lambda$  se repiten con valor  $\lambda(r-1)$ . Muestre que  $L_\Lambda^{-1}$  existe sí y sólo sí  $\lambda \neq 0$ .