Primer Parcial - Dinámica No Lineal Cátedra G.Mindlin

6/6/2019

1. Sea el siguiente campo vector:
$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2x + 1/2y - x^2 + xy \\ \dot{y} &= -y + xy + 2y^2 \end{aligned} \tag{1}$$
   (a) Encuentre cuáles serían los términos resonantes de este sistema.
   (b) Encuentre explícitamente cómo quedaría el sistema escrito en su forma más simple a orden 2 considerando las no linealidades presentes. [ayuda: recuerde que debe rotar el sistema y con él los términos no lineales.]

2. Considere el sistema:
$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= \alpha y + \beta x - x^2 y - x^3 \end{aligned} \tag{2}$$
   para cualquier valor de los parámetro excepto el cuadrante $\alpha < 0, \beta > 0$.
   (a) Encuentre los puntos fijos y estudie la estabilidad del origen.
   (b) Determine si existen bifurcaciones al variar los parámetros. Si hay bifurcaciones, póngale nombre y diga qué punto es el que bifurca.
   (c) Haga un diagrama de bifurcaciones. Haga un esquema del flujo en cada región.[ayuda: esquema!! no un retrato de fases, un dibujito con el tipo de comportamiento de los puntos fijos. Recuerde el último ejercicio de la guía de bifurcaciones 2D hecho en el pizarrón]

3. Considere un mapa unidimensional de la forma:
$$x_{n+1} = -x_n^2 + \beta$$
   (a) Encuentre las orbitas de periodo 1 y diga que bifurcación encuentra.
   (b) Analice la estabilidad de las órbitas de periodo uno encontradas. Encuentre para que valor de β tiene una *period doubling* y para qué punto fijo.

4. Sea el sistema:
$$\ddot{x} + \dot{x} - \mu x + x^2 = 0$$
   (a) Escríbalo como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden 1, encuentre los puntos fijos.
   (b) Es posible y tiene sentido entonces reducir la dinámica del problema a su variedad central en el origen si considera el parámetro como una variable?
   (c) Llevando la parte lineal a su forma de Jordan y rotando todo el sistema, finalmente este se puede reescribir de la siguiente manera:
$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mu(x+y) - (x+y)^2 \\ \dot{y} &= -y - \mu(x+y) + (x+y)^2 \end{aligned} \tag{3}$$
   Estudie la estabilidad del origen utilizando la reducción a la variedad central según el signo del parámetro μ. Diga qué tipo de bifurcación encuentra sobre la variedad central. [ayuda: proponga un polinomio de la forma $y = h(x, \mu) = ax^2 + bx\mu + c\mu^2$ Trabaje siempre a orden dos en sus cálculos].