Estructura de la Materia 1

Práctica 3: Hidrostática

1. Muestra que para un fluido en reposo sobre el cual actúan fuerzas de volumen conservativas, la ecuación indefinida se reduce a:

   a) Si el fluido es incompresible:

   $$\frac{p}{\rho} + \Phi = C \qquad \text{C=Constante,}$$

   b) Si el fluido no intercambia calor con el medio externo:

   $$h + \Phi = C \qquad \text{C=Constante,}$$

   c) Si el fluido se mantiene a temperatura constante:

   $$G + \Phi = C \qquad \text{C=Constante,}$$

   donde Φ es el potencial por unidad de masa del cual se derivan las fuerzas de volumen que actúan sobre el fluido (tanto las que cumplen el principio acciónion y reacción o son de inercia), p es la presiónion, ρ la densidad, h la entalpía específica (por unidad de masa) y G el potencial de Gibbs específico.

2. El tanque mostrado en la figura 1, es acelerado hacia la derecha en una vía horizontal. Calcula aceleraciónion mínima a_m necesaria para que la pared frontal del tanque quede seca. Halla la distribución de presiones en la pared posterior del tanque para $a = a_m$. Analiza las superficies isobaras y de equipotencial para este problema.

3. Un recipiente cilíndrico de eje vertical, de radio R y altura $2H$, inicialmente lleno hasta la mitad con un líquido, gira alrededor de su eje con velocidad angular constante ω

   a) ¿cuál es la forma de la superficie libre del líquido?.

   b) ¿para qué velocidad angular la superficie libre comienza a tocar el fondo?.

   c) ¿para qué velocidad angular el líquido comienza a desbordar, si $R = 5$ cm, $H = 7{,}5$ cm, $g = 10$ m/s^2 ?. Calcula el valor numérico de la velocidad hallada.

   d) Si el recipiente tiene las dimensiones dadas en c) y $\omega = 90$ rpm, construye una gráfica que muestre la distribución de presión sobre las paredes y sobre el fondo en los casos: *i*) recipiente en reposo y *ii*) durante la rotación.

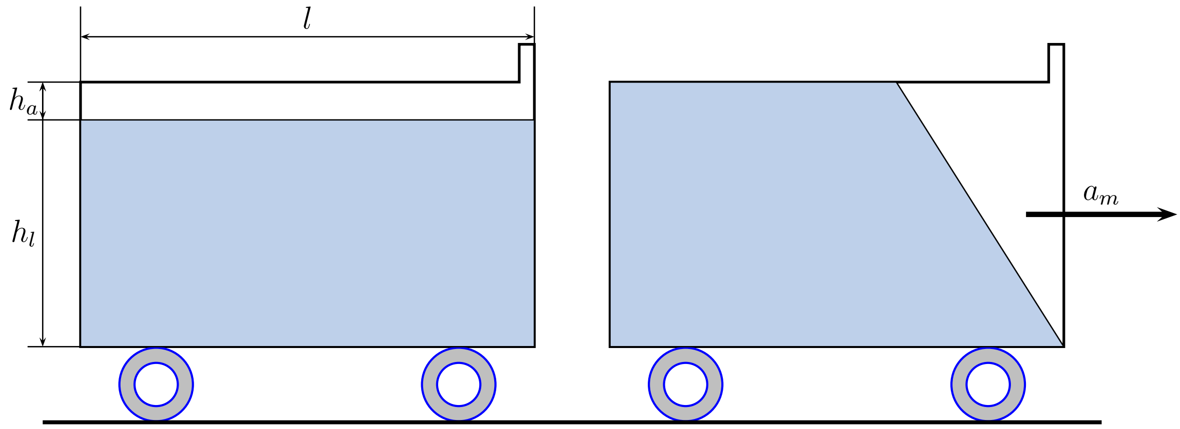

Figura 1: problema 2.

e) Piensa un método que te permita medir velocidades angulares con éste dispositivo (taquímetro).

4. Un objeto cilíndrico de sección S y altura h flota a dos aguas en la superficie de separación de dos líquidos de densidad ρ_1 y ρ_2. Halla la razón entre las longitudes mojadas por cada líquido.

5. Calcula la fuerza que es necesario aplicar a la compuerta de la figura 2, en el punto A y perpendicular a ella, para mantenerla en equilibrio. Considera que la compuerta es de masa despreciable, es rectangular y tiene un ancho w. El vínculo B es un gozne, es decir, la compuerta puede girar libremente respecto de él.

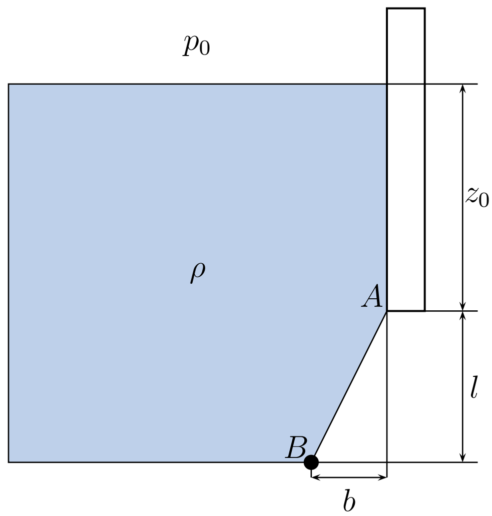

Figura 2: Problema 5

6. En 1654 Otto von Guericke presentó una demostración en la que dos tiros de ocho caballos cada uno, no pudieron separar dos hemisferios de latón en los que había hecho vacío. Encuentra la fuerza que debía haber hecho cada tiro para separar los hemisferios si la presión exterior es p_0 y la interior p_1. (No es necesario hacer cuentas).

7. * Se tiene una esfera sólida de densidad σ (uniforme) apoyada sobre el desague de una pileta (ver figura 3), que tiene una altura de líquido H de densidad ρ, y se encuentra en

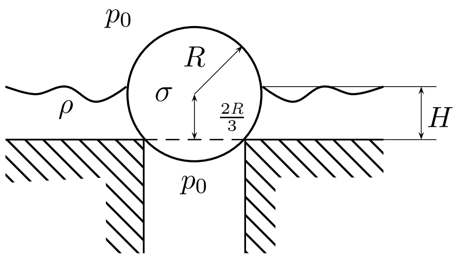

Figura 3: problema 7.

equilibrio hidrostático. Discute la posibilidad de obturación de la esfera. Para ello:

a) Calcula la fuerza de empuje debida al líquido en función de H (no pongas limitaciones sobre H, el liquido puede tapar o no la parte superior de la esfera; ten en cuenta ambas posibilidades).

b) Grafíca el modulo del empuje como función de H e interpreta cualitativamente el gráfico.

c) si $\sigma = \alpha\rho$, muestra que el valor mínimo de para el cual se obtiene obturación para todo H es $\alpha = 8/27$.

8. El comportamiento del agua a una dada temperatura, es bien modelado por la relación $p = K\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}$ con ρ_0 la densidad del agua a presión muy baja y K una constante dimensional.

   a) Si el agua se encuentra en reposo bajo la acción de un campo de fuerza externa $\vec{F} = (0,\, 0,\, g)$, determina la distribución de presión y de densidad del agua sabiendo que en $z = 0$ es $\rho = \rho_0$

   b) Repite el cálculo suponiendo ahora que el agua es estrictamente incompresible ($\rho = \rho_0$).

   c) Calcula la diferencia en lestimaciónon de la presión a una profundidad de 1000 m entre el valor obtenido suponiendo al agua incompresible y el que se obtiene suponiendo que es compresible ($K = 210^9$ Pa $\rho_0 = 10^3$ kg/m^3).

9. Considera una atmósfera formada por un gas perfecto, cuya ecuación de estado vine dada por:

$$p = \frac{\rho}{\mu}RT$$

   con ρ la densidad del gas, R la constante universal de los gases, y μ la masa molecular del mismo. Encuentra que, si el gas esta en reposo en un campo de fuerzas externas dado por $\vec{F} = (0,\, 0,\, g)$, la presión a una altura z de la superficie de potencial cero (en donde la presión es p_0) esta dada por:

$$p(z) = p_0\, e^{-\frac{\mu g}{R}\int_0^z \frac{d\xi}{T(\xi)}}$$

   Muestra que si T depende de x, y y z, no existe solución hidrostática posible y debe haber, por lo tanto, movimiento del gas.

10. Halla la presión p, la densidad ρ y la temperatura T de la atmósfera, como función de la altura z sobre la superficie del planeta tierraplana. Sabiendo que las magnitudes indicadas,

sobre la superficie, toman el valor p_0, ρ_0 y T_0 respectivamente. El campo gravitatorio en tierraplana puede considerarse $\vec{F} = (0,\ 0,\ g)$, la atmósfera esta en reposo y la densidad se relacionan con la presión mediante la ecuación de la adiabática $p\rho^{-\gamma} = C$ con C una constante dimensional. (Este problema es un modelo simplificado de la atmósfera terrestre)

11. Calcula la sobrepresión (diferencia entre la presión interna y la externa) en las gotas generadas en un dispositivo de "spray" si su diámetro es de 10 mum. Considera que la tensión superficial de la gota es de $0,5$ N/m.¿Cual será esta sobrepresión si en lugar de una gota se forman burbujas del mismo diámetro?.

12. Determina la altura h que asciendo un determinado líquido por un tubo vertical de diámetro d, si la densidad del líquido es ρ, su tensión superficial es σ y el ángulo de contacto en las interfase líquido-pared esβ.

13. Explícate el porque flotan los insectos en los estanques de agua. (no es por el empuje recibido)

14. A partir de la ecuación de de la hidrostática, las relaciones entre operadores vectoriales vistas en la practica 1 y las ecuaciones de Maxwell, demuestra que para un fluido ideal conductor, en el cual la única fuerza de volumen queactúa es la magnética (de Lorentz), cuya densidad viene dada por $\vec{J} \times \vec{B}$ son equivalentes las siguientes expresiones:

$$\operatorname{grad} p = \vec{J} \times \vec{B} \tag{1}$$

$$\operatorname{grad}\left(p + \frac{B^2}{2\mu}\right) = \frac{1}{\mu}(\vec{B} \cdot \operatorname{grad})\vec{B} \tag{2}$$

donde el término de la fuerza de Lorentz (por unidad de volumen) ha sido descompuesto en un término que puede interpretarse como una presión magnética ($\frac{B^2}{2\mu}$).

15. * Considera un sistema formado por una columna cilíndrica, de radio a, en cuyo interior se halla un plasma con una densidad de partículas n. El plasma se encuentra auto–con?nado y por el circula una corriente I_0 . Si se supone que las únicas fuerzas que actúan son las electromagnéticas (Lorentz) y que el sistema esta en equilibrioestático:

    a) Utilizando la ecuación de equilibrio hidrostático del problema anterior encuentra la presión media p_m en la sección del cilindro de plasma. Verifica que este resultado es independiente de la distribución de corriente en el cilindro, para ello supone una densidad de corriente uniforme $\vec{J} = \frac{I_0}{\pi a^2}\hat{k}$ y una distribución superficial de corriente $\vec{J}(r) = I_0\delta(r-a)\hat{k}$.

    b) Grafica los perfiles de densidad de corriente presión y campo magnético en todo el espacio.

    c) Si bien los perfiles de temperatura y densidad del plasma no pueden obtenerse del estado de equilibrio, ya que dependen de la historia de como la columna llego allí, debido a la alta conductividad térmica el plasma se puede suponer que la temperatura es uniforme en la sección. Sobre la base de estas hipótesis halla la temperatura de equilibrio (denominada temperatura de Bennett suponiendo que el plasma se comporta como un gas ideal. Particulariza el resultado para una densidad de partículas de $n \sim 10^{18}$ m^3 e $I_0 \sim 1$ MA.