Estructura de la Materia 1

Práctica 4:Teorema de transporte y ecuaciones de Bernoulli

1. Un tanque de cuyo volumen es V, esta lleno con aire presurizado y que se encuentra a una temperatura de T. Al tiempo $t = 0$ el aire comienza a escaparse por un pequeño tubo cuya sección es s; la rapidez u con que sale el gas a la salida de dicho tubo puede aproximarse por $u = \sqrt{2(p - p_{atm})/\rho}$, donde p es la presión barométrica en el tanque, p_{atm} es la presión exterior al tanque y ρ la densidad del gas en el tanque. Determina cuanto tiempo transcurre entre que la presión manométrica del tanque pasa de p_0 a p_1. Supone que el proceso de expansión es isotérmico. Particulariza el resultado hallado para $V = 1{,}4$ m^3, $T = 20°$ C, $s = 0{,}1$ cm^2, $p_0 = 40$ kPa, $p_1 = 20$ kPa, $p_{atm} = 101$ kPa.

2. Determina la velocidad de variación del nivel de agua en el tanque de la figura. Considera un volumen de control en el cual el problema resulta estacionario y otro en el cual es no estacionario, resuélvelo en ambos casos. Comenta las condiciones de validez del modelo planteado en cada caso. Obtiene el resultado numérico para $A_1 = 0{,}1$ m^2, $u_1 = 0{,}5$ m/s, $Q_2 = 0{,}1$ m^3/s.

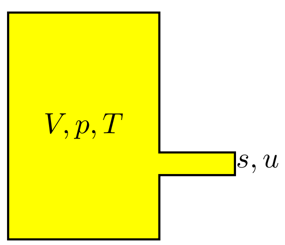

Figura 1: Problema 1

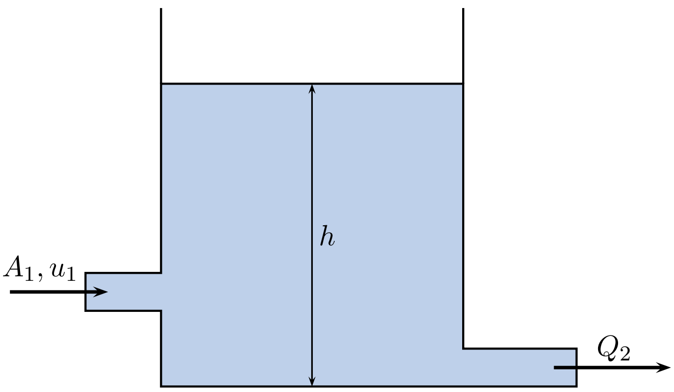

Figura 2: Problema 2

3. Un fluido incompresible de densidad ρ_0, fluye de manera estacionaria por el interior de un conducto de longitud finita y de sección variable. Las cantidades p_1, A_1 y h_1 denotan la presión, el área y la altura a la que se encuentra uno de los extremos del conducto mientras que las cantidades p_2, A_2 y h_2 son las correspondientes al otro extremo. El flujo puede considerarse irrotacional, de manera que las velocidades $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ son uniformes sobre toda la sección.

a) Obtén una expresión para el caudal (volumétrico) en función de los datos dados en los extremos del tubo, para ello aplica el teorema de Bernoulli que corresponda.

b) ¿Cuál es la condición para que exista flujo?. Si $A_2 > A_1$.

c) Observa que a partir de lo hallado en a), no existe ninguna restricción acerca del sentido de movimiento, (ello lo impone las condiciones iniciales, y los detalles constituyen un problema no estacionario). Supone que el movimiento se da desde el extremo 1 al 2, ¿puede haber flujo aún cuando $h_2 \geq h_1$?

d) Para el caso en que $A_1 = A_2$, ¿cuál es la condición para que exista un flujo estacionario?

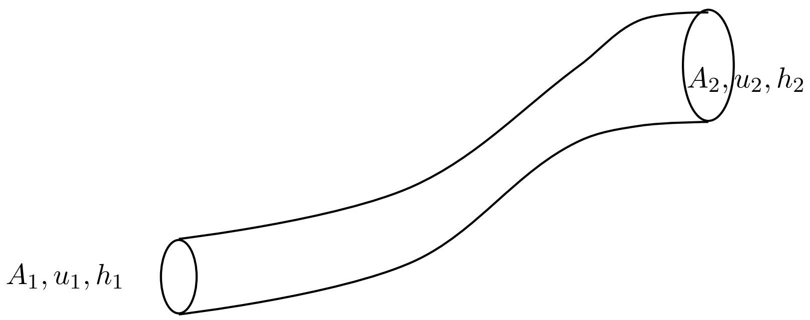

Figura 3: Problema 3

4. Un modelo simplificado de chimenea es el que supone que en el interior de la misma hay un fluido de densidad ρ_l que es calentado por una fuente de calor, situada en la parte inferior, rodeada exteriormente por una atmósfera de densidad ρ_0, con $\rho_0 > \rho_l$. Suponiendo que el fluido se comporta como un gas perfecto y el régimen del problema es estacionario, halla la velocidad a la salida de la chimenea $\vec{u}_2$ en términos de ρ_0, ρ_l, $\vec{g}$ y h.

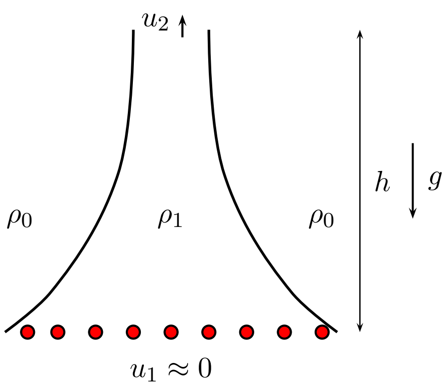

Figura 4: Problema 4

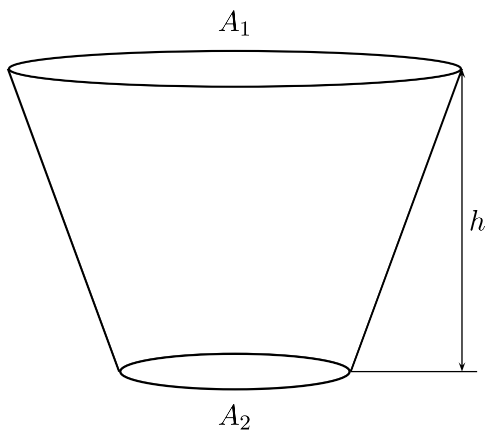

Figura 5: problema 5

5. Un recipiente con una suave forma de embudo y con simetría de revolución en torno a su eje, contiene un líquido. A $t = 0$ se abre la tapa inferior dejándoselo fluir, mientras que al mismo tiempo se va agregando el mismo líquido por la tapa superior, de tal manera de mantener constante el nivel (h) en su interior. Cuando la inclinación de las paredes respecto

de la vertical es pequeña, ($A_1 = (1+\epsilon)A_2$, con $\epsilon << 1$) se puede obtener una solución aproximada para la velocidad del fluido, supuesta uniforme en la sección y despreciando su componente horizontal.

a) ¿Cuál es la velocidad de salida, en la tapa inferior como función del tiempo?

b) ¿Tiene este sistema un régimen estacionario?

6. Determina la ecuación de movimiento de las superficies de las columnas de líquido de la figura 6 de este problema, y resuélvela para las condiciones iniciales indicadas, suponiendo que inicialmente el liquido estaba en reposo.

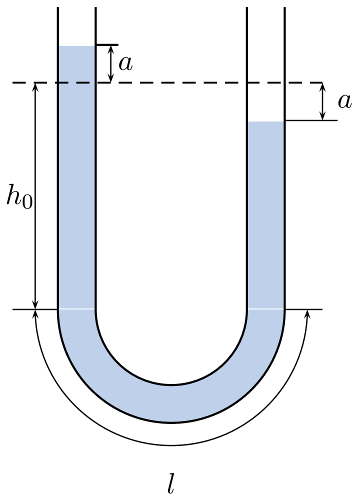

Figura 6: Problema 6

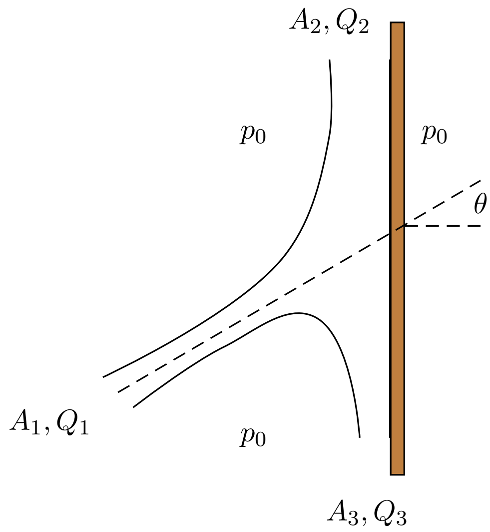

Figura 7: Problema 7

7. Sobre una placa plana incide un chorro (jet) de un líquido de caudal Q y sección A (ver figura 7) correspondiente a este problema. Si el fluido puede ser considerado ideal y no se considera la acción de las fuerzas de volumen a) ¿Qué fuerza debe aplicarse sobre la placa para que ésta permanezca en equilibrio? b) Halla Q_1 Q_2 como función de Q y θ.

8. * El deflector que se muestra en la figura 8 está montado en una plataforma que se desplaza por una vía horizontal con una rapidez u. Súbitamente, comienza a soplar un viento en la misma dirección y sentido en el que se mueve la plataforma, con una rapidez relativa a la vía v. Calcula la fuerza que hay que aplicar horizontalmente a la plataforma para mantener su movimiento uniforme y la reacción que ejerce la vía sobre el carro. Supone el problema unidimensional y que las velocidades involucradas son bajas, de manera tal de poder suponer al aire como un fluido incompresible. Particulariza para $u = 3$ m/s; $v =8$ m/s; $\alpha = \pi/6$; $A =2{\times}40$ cm^2; $\rho = 1{,}2$ kg/m^3.

9. Determina la fuerza que el líquido, considerado ideal, ejerce sobre una cañería muy extensa doblada en ángulo recto, si sección de entrada es A_1 y que se angosta lentamente hasta una sección A_2 (ver figura 9). La presión a la entrada es p_1, la densidad del líquido es ρ. ¿Cuál es la fuerza que la cañería le ejerce al caño?

10. De un tanque como el de la figura 10, fluye un líquido hacia su exterior a través de una embocadura situada a una profundidad h respecto de la superficie libre. La embocadura

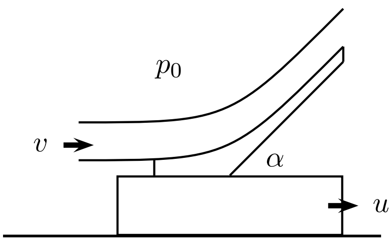

Figura 8: Problema 8

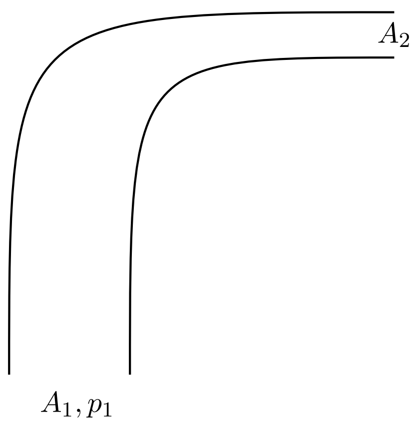

Figura 9: Problema 9

penetra profundamente en el interior del tanque (este tipo es la llamada embocadura de Borda). El diámetro del tanque es lo suficientemente grande, frente al de la embocadura, como para que la velocidad del fluido en la superficie libre, tenga componente vertical nula, durante el intervalo de tiempo de interés. Como consecuencia de lo anterior, prácticamente no se registra movimiento en las paredes laterales y entonces en esa zona la presión puede considerarse la hidrostática. a) Muestra que la rapidez del fluido a la salida es la dada por la fórmula de Torricelli $v = \sqrt{2gh}$. b) Aplicando el teorema del transporte de la cantidad de movimiento estima la relación entre la sección final del chorro (S' "vena contracta") y el área de la embocadura (S). Este coeficiente se llama coeficiente de contracción.

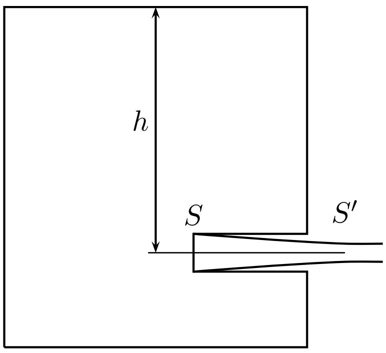

Figura 10: Problema 10

11. Las ecuaciones de Bernoulli no son aplicables a líquidos que circulan por cañerías que varían su área abruptamente (ver figura 11, sin embargo, es posible modificarlas para tener en cuenta esta brusca variación, de manera que sobre cada linea de corriente valga:

$$\frac{\rho u^2}{2} + p + h_p = C$$

donde C es una constante para la línea de corriente considerada y h_p es una función de la geometría del caño y las propiedades del líquido lejos de la región donde se ensancha el caño. Halla la expresión para h_p. Nota: si se interpreta a la ecuación de Bernoulli como una manifestación de la conservación de la energía, el termino h_p esta asociado con la energía necesaria para generar y mantener los flujos secundarios (vórtices) que se generan.

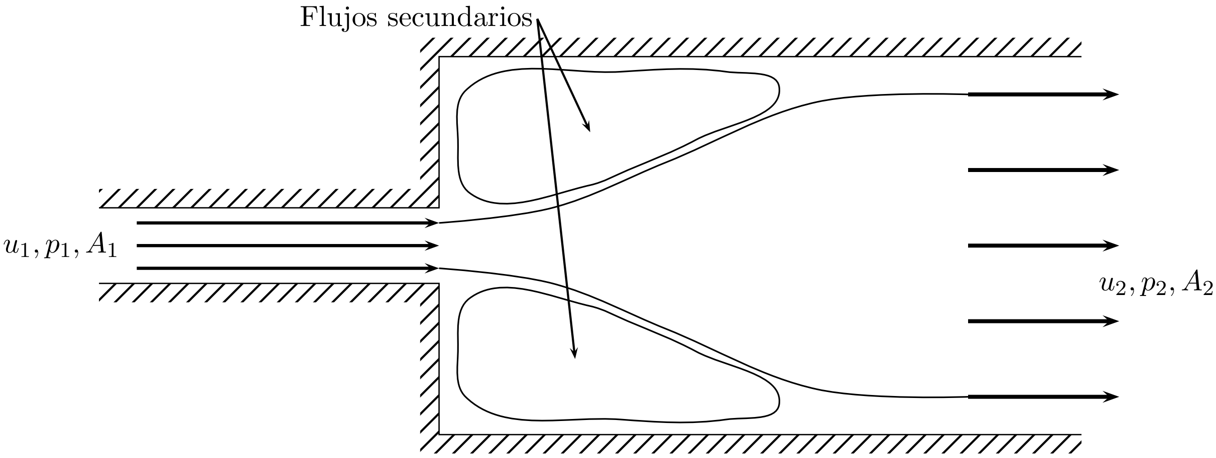

Figura 11: Problema 11

12. *Un cilindro de sección elíptica, de radio mayor $2L$, se encuentra inmerso en una túnel de “agua” generando una estela relativamente angosta aguas abajo. En las estaciones de medida 1 y 2 se determina que las presiones son aproximadamente iguales y que la rapidez en la estación 1 es u uniforme, mientras que en la estación 2 tiene un perfil como el que se presenta en la figura 12. Estima la fuerza que el líquido le aplica al cilindro (por unidad de longitud en la dirección perpendicular al plano mostrado.

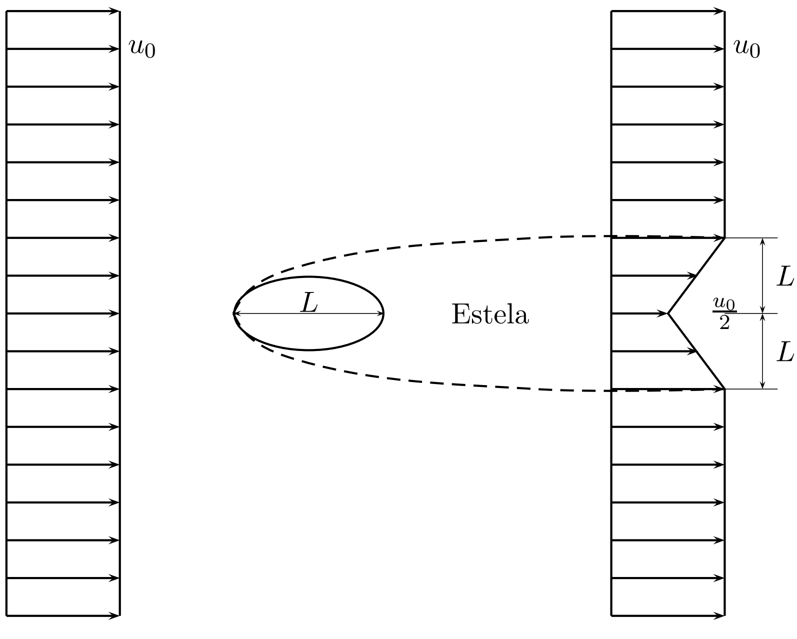

Figura 12: Problema 12