Estructura de la Materia I

Práctica 1

1.1 Se tiene un campo de velocidades que escrito en variables eulerianas es:

$$v_1 = v_2 = 0\,, \qquad v_3 = f(x_3)\,, \qquad t \geq 0\,, \qquad x_3 \geq 0\,.$$

Encuentre la descripción lagrangiana de este movimiento. Luego aplíquelo al caso especial de la caída de agua en una cascada.

1.2 La temperatura en un túnel viene dada por:

$$T = T_0 - \alpha\, e^{-x/L}\, \mathrm{sen}(2\pi t/\tau)$$

donde T_0, α, L y τ, son constantes positivas.

Una partícula se mueve en el túnel con velocidad constante *U*.

a) Hallar la variación de temperatura por unidad de tiempo que experimenta la partícula bajo una descripción euleriana. Graficar la temperatura para instantes próximos e interpretar geométricamente las componentes de la derivada total.

b) Idem que a), pero desde una descripción lagrangiana.

Coinciden las dos descripciones realizadas?

1.3 Hallar las trayectorias, las líneas de corriente y las trazas de una partícula ubicada en (x_0, y_0) a $t = 0$, para los siguientes campos de velocidades:

(a) una corriente uniforme.

(b) una fuente lineal de caudal constante.

(c) un torbellino de circulación constante.

(d) una fuente lineal de caudal constante superpuesta a una corriente uniforme cuya velocidad aumenta linealmente con el tiempo.

(e) una corriente uniforme constante superpuesta a otra corriente uniforme, ortogonal a la primera, pero cuya velocidad es pulsante.

1.4 Determine las líneas de corriente, las trayectorias y las línes de traza correspondientes al campo de velocidades bidimensional:

$$u_x(x,y,t) = \frac{\alpha\, x}{1 + \beta t} \qquad\qquad u_y(x,y,t) = c$$

donde α, β y c son constantes con las dimensiones apropiadas. Grafique las distintas líneas en dos casos distintos, tomando para ello $\alpha = \beta$ y $\alpha = 2\beta$.

1.5 Una esfera de radio R_0 en t=0 se expande para t>0 de acuerdo a la ley:

$$R = R(t) \qquad\qquad (R(0) = R_0)$$

Encuentre dicha ley sabiendo que para t>0 y $r > R(t)$, la velocidad de las partículas de fluido es $v_r(r) \equiv v_0\, R_0^2 / r^2$.

1.6 Calcular las deformaciones longitudinales, de corte y volumétricos para los flujos del problema **1.3**.

1.7 Mostrar que para un fluido rotante con velocidad angular **Ω**, la vorticidad es:

$$\boldsymbol{\omega} = 2\,\boldsymbol{\Omega}$$

1.8 Calcular la vorticidad de los siguientes campos de velocidades. Graficarlos.

(a) $v_\theta = v_0\,[1 - \frac{r\,t}{R}]$ (b) $v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi\,r}$

(c) $v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi\,r}\left[1 - e^{-r^2/(4\nu\,t)}\right]$ (d) $v_x = v_{x_0}\,\frac{y}{h}$

1.9 Utilizando los teoremas de Gauss o de Stokes según corresponda, determinar:

a) El campo de velocidades con simetría esférica, cuya divergencia es constante.

b) El campo de velocidades con simetría cilíndrica, con sólo componente azimutal, que verifica que su rotor es un vector constante en la dirección *z*.

c) Idem b) pero ahora el flujo de su rotor, a través de cualquier superficie abierta que se apoya sobre el plano (*x*,*y*) y contiene al origen, es el mismo.