Estructura de la Materia 2

Segundo cuatrimestre de 2012

Guía 2: Electrones Libres

1. TEORIA CLASICA DE UN GAS DE ELECTRONES (MODELO DE DRUDE).
   Tomemos un metal típico, el potasio, como ejemplo.

   a) Calcule cuál es la densidad de electrones de conducción, suponiendo $Z = 1$.

   b) Encuentre cuál es el valor de r_S (compare con la distancia a primeros vecinos 4,53Å).

   c) Encuentre como varía el tiempo de relajación en función de T, sabiendo que $\rho(77\text{K}) = 1{,}38\text{m}\Omega\ \text{cm}$ y $\rho(273\text{K}) = 6{,}1\text{m}\Omega\ \text{cm}$.

   d) A partir de la relación $1/2mv_o^2 = 3/2k_BT$, calcule el camino libre medio electrónico en este modelo.

   e) Calcule la constante Hall y compare con el valor experimental ($R_H = -4{,}964 \times 10^{-24}$CGS).
   Densidad del potasio: $0{,}91\text{g cm}^{-3}$. $N_A = 6{,}02217 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$. $A = 39$.

2. ELECTRONES LIBRES

   a) Demuestre que la energía cinética de un gas tridimensional de N electrones libres a $T = 0\text{K}$ es $E_0 = \frac{3}{5}NE_F$, donde E_{F} es la energía de Fermi del sistema.

   b) Derive la relación que conecta la presión y el volumen para un gas de electrones a 0K. Note que puede ser escrita como $p = (2/3)(E_o/V)$.

   c) Muestre que el módulo de bulk de un gas de electrones a 0K es $B = 5p/3 = 10E_o/9V$

3. Estime la temperatura de Fermi de:

   a) ${}^3He$ líquido (densidad 81kg m^{-3}).

   b) Los neutrones en una estrella de neutrones (densidad 10^{17}kg m^{-3}).

4. DENSIDAD DE NIVELES Y DE ESTADOS
   Para un gas de electrones libres, calcule la densidad de niveles en el espacio **k** y la densidad de estados en función de la energía para los siguientes casos (tenga en cuenta el espín):

   a) Una caja unidimensional de longitud L.

   b) Una caja bidimensional cuadrada de lado L.

   c) Una caja tridimensional cúbica de arista L.

5. GAS DE ELECTRONES BIDIMENSIONAL
   Sea un gas de electrones libres bidimensional:

a) ¿Cuál es la relación entre n y k_F?.

b) Utilizando la densidad de estados calculada en el punto b) del item anterior, encuentre que

$$\mu + k_B T \ln(1 + e^{-\mu/k_B T}) = E_F$$

c) Repita el cálculo a partir de la expansión de Sommerfeld. Explique que sucede.

6. SUSCEPTIBILIDAD DE PAULI
Analice la contribución de los electrones de conducción a la susceptibilidad magnética de un metal a $T = 0$K. Para ello suponga que los mismos son libres y considere un campo magnético aplicado $\mathbf{H} = H\hat{z}$. Descomponga la densidad total de estados en una suma de dos contribuciones, $g_\uparrow(E)$ y $g_\downarrow(E)$, que representen la contribución de electrones con spin paralelo y antiparalelo al campo magnético aplicado. Recuerde que la energía de un electrón en presencia de un campo magnético $\mathbf{H}$ es

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - g\mu_B \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{H}}{\hbar}$$

donde $g = 2$ es el factor giromagnético y μ_B es el magnetón de Bohr.

a) Calcule el número de electrones con 'spin up' $N_\uparrow$ y con 'spin down' $N_\downarrow$ en función del campo $\mathbf{H}$.

b) Calcule la magnetización total $\mathbf{M}= \mu_{\mathrm{B}}(\mathrm{N}_\uparrow - \mathrm{N}_\downarrow)\hat{\mathbf{z}}$ en función de $\mathbf{H}$.

c) Calcule la susceptibilidad magnética $\chi = M/H$.

7. CALOR ESPECIFICO DE METALES

a) Demuestre que el calor específico de un gas de electrones libres depende linealmente de la temperatura.

b) Calcule la contribución de los electrones de conducción a la energía libre de Helmholtz y al coeficiente de expansión térmica de un metal.