

ESTRUCTURA DE LA MATERIA 2
PRIMER CUATRIMESTRE DE 2015
GUÍA 3: ELECTRONES LIBRES

1. TEORIA CLASICA DE UN GAS DE ELECTRONES (MODELO DE DRUDE).

Tomemos un metal típico, el K, como ejemplo.

- a) Calcule cuál es la densidad de electrones de conducción, suponiendo $Z = 1$.
- b) Encuentre cuál es el valor de r_S (compare con la distancia a primeros vecinos $4,53\text{\AA}$).
- c) Encuentre como varía el tiempo de relajación en función de T , sabiendo que $\rho(77\text{K}) = 1,38\text{m}\Omega \cdot \text{cm}$ y $\rho(273\text{K}) = 6,1\text{m}\Omega \cdot \text{cm}$.
- d) A partir de la relación $1/2mv_o^2 = 3/2k_B T$, calcule el camino libre medio electrónico en este modelo.
- e) Calcule la constante Hall y compare con el valor experimental ($R_H = -4,964 \times 10^{-24}\text{CGS}$). Densidad del K = $0,91\text{g cm}^{-3}$. $N_A = 6,02217 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}$. $A = 39$.

2. ELECTRONES LIBRES

- a) Demuestre que la energía cinética de un gas tridimensional de N electrones libres a $T = 0\text{K}$ es $E_0 = 3/5NE_F$, donde E_F es la energía de Fermi del sistema.
- b) Derive la relación que conecta la presión y el volumen para un gas de electrones a 0K . Note que puede ser escrita como $p = (2/3)(E_0/V)$.
- c) Muestre que el módulo de bulk de un gas de electrones a 0K es $B = 5p/3 = 10E_0/9V$

3. Estime la temperatura de Fermi de:

- a) ^3He líquido (densidad 81kg m^{-3}).
- b) Los neutrones en una estrella de neutrones (densidad 10^{17}kg m^{-3}).

4. DENSIDAD DE NIVELES Y DE ESTADOS

Para un gas de electrones libres, calcule la densidad de niveles en el espacio \mathbf{k} y la densidad de estados en función de la energía para los siguientes casos (tenga en cuenta el espín):

- a) Una caja unidimensional de longitud L .
- b) Una caja bidimensional cuadrada de lado L .
- c) Una caja tridimensional cúbica de arista L .

5. GAS DE ELECTRONES BIDIMENSIONAL

Sea un gas de electrones libres bidimensional:

- a) ¿Cuál es la relación entre n y k_F ?
- b) Utilizando la densidad de estados calculada en el punto b) del item anterior, encuentre que

$$\mu + k_B T \ln(1 + e^{-\mu/k_B T}) = E_F$$

- c) Repita el cálculo a partir de la expansión de Sommerfeld. Explique que sucede.

6. SUSCEPTIBILIDAD DE PAULI

Analice la contribución de los electrones de conducción a la susceptibilidad magnética de un metal a $T = 0\text{K}$. Para ello suponga que los mismos son libres y considere un campo magnético aplicado $\mathbf{H} = H\hat{z}$. Descomponga la densidad total de estados en una suma de dos contribuciones, $g_{\uparrow}(E)$ y $g_{\downarrow}(E)$, que representen la contribución de electrones con spin paralelo y antiparalelo al campo magnético aplicado. Recuerde que la energía de un electrón en presencia de un campo magnético \mathbf{H} es

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - g\mu_B \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{H}}{\hbar}$$

donde $g = 2$ es el factor giromagnético y μ_B es el magnetón de Bohr.

- a) Calcule el número de electrones con 'spin up' N_{\uparrow} y con 'spin down' N_{\downarrow} en función del campo \mathbf{H} .
- b) Calcule la magnetización total $\mathbf{M} = \mu_B(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})\hat{\mathbf{z}}$ en función de \mathbf{H} .
- c) Calcule la susceptibilidad magnética $\chi = M/H$.

7. CALOR ESPECIFICO DE METALES

- a) Demuestre que el calor específico de un gas de electrones libres depende linealmente de la temperatura.
- b) Calcule la contribución de los electrones de conducción a la energía libre de Helmholtz y al coeficiente de expansión térmica de un metal.