Estructura de la Materia 2

Primer Cuatrimestre 2015

Guía 6: Magnetismo

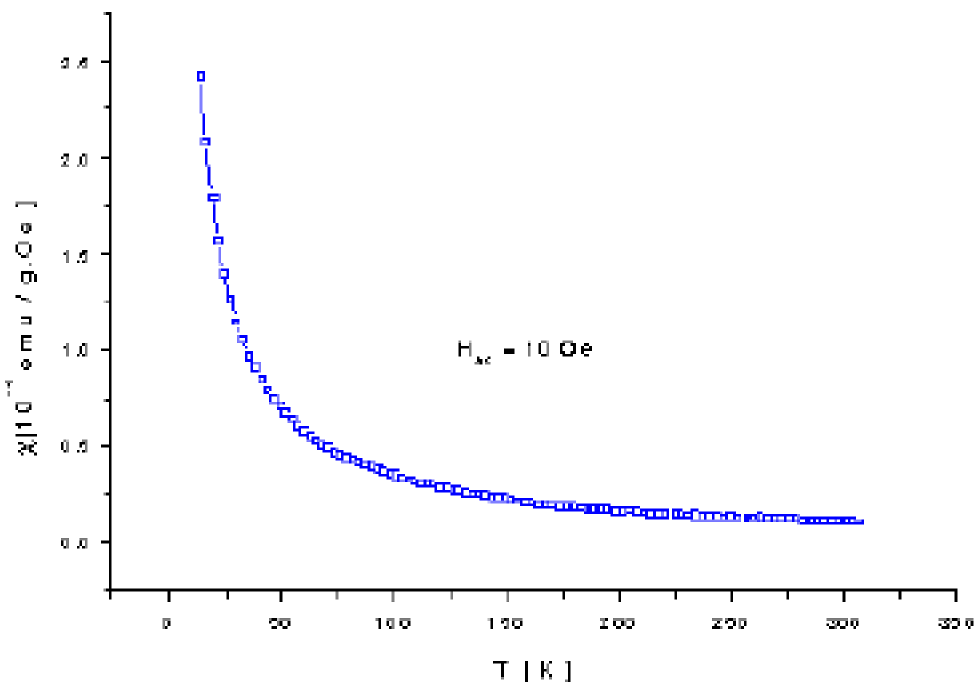
1. Aplicando las reglas de Hund calcular la configuración electrónica y momentos magnéticos aproximados correspondientes al estado fundamental de los siguientes iones: Fe^{2+}, Fe^{3+}, Mn^{2+}, Zn^{2+} y Eu^{3+}.

2. La función de onda del hidrógeno es $\Psi = (\pi a_0)^{-1/2} \exp(-r/a_0)$ para su estado fundamental (1s), donde $a_0 = \hbar^2/me^2 = 0{,}529 \times 10^{-8}$cm es el radio de Bohr. Mostrar que para este estado $\langle r^2 \rangle = 3a_0^2$. Obtener la susceptibilidad diamagnética molar del átomo de hidrógeno.

3. Obtener la susceptibilidad paramagnética de un átomo con una capa parcialmente llena con momento angular total J, en el límite de altas temperaturas:

$$\chi = \frac{N}{V}\frac{(g\mu_B)^2}{3}\frac{J(J+1)}{k_B T}, \ (k_B T \gg g\mu_B h).$$

4. El gráfico corresponde a una medida de susceptibilidad de $CrK(SO_4)_2$. El único elemento que posee momento magnético es el Cr. La susceptibilidad magnética que se mide para este sistema es la que se muestra en la Figura.



   a) ¿Se trata de un paramagneto, un ferromagneto, un antiferromagneto, otra cosa?

   b) ¿La respuesta magnética proviene de momentos magnéticos localizados en los átomos o es de tipo itinerante (paramagnetismo de bandas)?

c) En base a la respuesta anterior decida si es posible estimar el producto $s(s+1)g^2$, donde s es el spin y g el factor de Landé.

5. Graficar las susceptibilidades diamagnética y paramagnética χ_{dia}, χ_{para} (Curie Weiss) en función de la temperatura para el caso de un aislador paramagnético tipo A_2B_3. Considerar el número de átomos magnéticos por unidad de volumen $N_A = 5\times 10^{22}\text{at/cm}^3$, factor de Landé $g=2$, $s=1$ (tomar $L=0$) y $\sum_i \overline{r_i^2} \simeq 2\times 10^{-20}\text{m}^2$ el valor promedio para los dos elementos que integran la muestra.

   a) ¿Domina el efecto diamagnético en algún rango de temperaturas?

   b) ¿Qué valor debería tener s para que a temperatura ambiente $\chi_{dia} > \chi_{para}$?

   c) Usando una temperatura de Fermi del orden de 8×10^4 K comparar con la susceptibilidad χ_{para} (Pauli) que se esperaría si el material fuera un metal con idénticos valores de N_A y s y que sus electrones de conducción pueden ser tratados como libres.

6. En la teoría de campo medio para un ferromagneto, la magnetización está dada por $M = \frac{Ng\mu_B}{2}\tanh(x)$, con $x = \frac{Ng\mu_B}{2k_BT}(H+\lambda M)$ y $\lambda = \frac{|J|z}{N(g\mu_B)^2}$. Demostrar que:

   a) Para $T \ll T_C$, la magnetización espontánea se aparta de su valor de saturación $M(T=0)$ exponencialmente en $1/T$.

   b) Para $T = T_C$, la magnetización $M(H,T)$ se anula como $H^{1/3}$. Experimentalmente se obtiene como $\sim H^{1/5}$.

7. Considerar el modelo de Ising en una red consistente en dos redes interpenetradas 1 y 2 y el Hamiltoniano:

$$H = -J_1 \sum_{\langle i_1, j_1\rangle} S^z_{i_1} S^z_{j_1} - J_2 \sum_{\langle i_2, j_2\rangle} S^z_{i_2} S^z_{j_2} - J_3 \sum_{\langle i_1, j_2\rangle} S^z_{i_1} S^z_{j_2} - B\sum_{i_1} S^z_{i_1} - B\sum_{i_2} S^z_{i_2},$$

   siendo J_1, J_2, $J_3 > 0$, las interacciones entre spines primeros vecinos dentro de la subred 1, 2, y entre 1 y 2, respectivamente.

   a) Plantear la solución de campo medio para este modelo, definiendo dos magnetizaciones m_1 y m_2 correspondientes a cada una de las dos subredes.

   b) Escribir las ecuaciones de autoconsistencia para m_1 y m_2. En ausencia de campo magnético, ¿es posible que existan dos transiciones de fase en este modelo como función de la temperatura? ¿Por qué?

   c) Considerando que cerca de la temperatura crítica T_c, m_1 y m_2 son pequeños, intentar encontrar el exponente crítico β a campo magnético externo $B=0$ a partir de aproximaciones adecuadas.

   d) Discutir en qué limite se recupera el modelo de Ising ferromagnético con interacciones entre primeros vecinos y demostrar que se recuperan las expresiones correspondientes para la magnetización y la susceptibilidad magnética cerca de la temperatura crítica.

8. Considerar al modelo de Heisenberg anisotrópico:

$$H = -\sum_{\langle ij\rangle} \left\{ J^z S^z_i S^z_j + J^{\perp}\left[S^x_i S^x_j + S^y_i S^y_j\right]\right\},$$

   siendo $J^z > J^{\perp} > 0$.

a) Escribir el estado fundamental de este Hamiltoniano y calcular su energía.

b) Utilizando la transformación de Holstein-Primakoff para representar a las excitaciones en términos de ondas de espin, mostrar que la magnetización se desvía de su valor de saturación siguiendo una ley exponencial en $-1/T$ a bajas temperaturas, en contraste con el comportamiento $\propto T^{3/2}$ observado en el caso isotrópico.

c) Mostrar que en el caso isotrópico, la corrección dominante en la representación de ondas de spin diverge en $2D$, mientras que tal divergencia no tiene lugar en el caso anisotrópico. Interpretar y discutir este resultado.