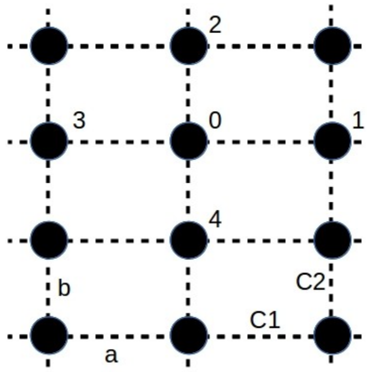
Ejercicio 5

La red es de Bravais, por lo tanto solo necesitamos describir la dinámica de un átomo, el central "0":



Usamos Newton $m\ddot{u}_{0\mu} = -\sum D^{0\mu}_{j\nu} u_{j\nu}$

y determinamos cuáles *D* son no nulas:

$D^{0x}_{0x} = 2C_1 \quad D^{0y}_{0y} = 2C_2 \quad D^{0x}_{1x} = D^{0x}_{3x} = -C_1 \quad D^{0y}_{2y} = D^{0y}_{4y} = -C_2$

y escribimos la ecuación:

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_{0x} &= -2C_1 u_{0x} + C_1(u_{1x} + u_{3x}) \\ m\ddot{u}_{0y} &= -2C_2 u_{0y} + C_2(u_{2y} + u_{4y}) \end{aligned} \qquad (1)$$

proponemos la solución: $\mathbf{u} = \boldsymbol{\epsilon} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$, con lo cual podemos eliminar de las ecuaciones dinámicas todos los desplazamientos que no sean de la partícula "1", por ejemplo

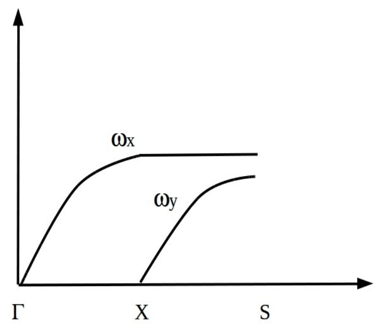
$u_{3x} = \epsilon_x e^{-i(k_x a + \omega t)}$, etc.

Las Ecs 1 quedan

$$\begin{aligned} -m\omega^2 \epsilon_x &= -2C_1 \epsilon_x + 2C_1 \epsilon_x \cos(k_x a) \\ -m\omega^2 \epsilon_y &= -2C_2 \epsilon_y + 2C_2 \epsilon_y \cos(k_y a) \end{aligned}$$

notar que las ecuaciones quedaron desacopladas, y pueden resolverse por separado dando lugar a dos relaciones de dispersión. Esto es de esperar, pues no consideramos interacciones "diagonales".

Por ejemplo, la relación de dispersión en función de kx es $\omega_x^2 = 2(C_1/m)[1 - \cos(k_x a)]$



graficando esto