

## ESTRUCTURA DE LA MATERIA 2

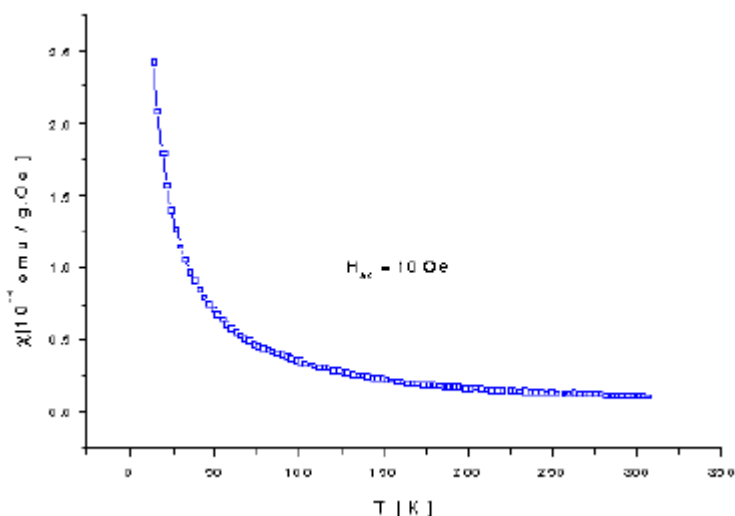
PRIMER CUATRIMESTRE 2018

### GUÍA 8: MAGNETISMO

1. Aplicando las reglas de Hund calcular la configuración electrónica y momentos magnéticos aproximados correspondientes al estado fundamental de los siguientes iones:  $\text{Fe}^{2+}$ ,  $\text{Fe}^{3+}$ ,  $\text{Mn}^{2+}$ ,  $\text{Zn}^{2+}$  y  $\text{Eu}^{3+}$ .
2. La función de onda del hidrógeno es  $\Psi = (\pi a_0)^{-1/2} \exp(-r/a_0)$  para su estado fundamental (1s), donde  $a_0 = \hbar^2/m_e e^2 = 0,529 \times 10^{-8} \text{cm}$  es el radio de Bohr. Mostrar que para este estado  $\langle r^2 \rangle = 3a_0^2$ . Obtener la susceptibilidad diamagnética molar del átomo de hidrógeno.
3. Obtener la susceptibilidad paramagnética de un átomo con una capa parcialmente llena con momento angular total  $J$ , en el límite de altas temperaturas:

$$\chi = \frac{N}{V} \frac{(g\mu_B)^2 J(J+1)}{3 k_B T}, \quad (k_B T \gg g\mu_B h).$$

4. El gráfico corresponde a una medida de susceptibilidad de  $\text{CrK}(\text{SO}_4)_2$ . El único elemento que posee momento magnético es el Cr. La susceptibilidad magnética que se mide para este sistema es la que se muestra en la Figura.



- a) ¿Se trata de un paramagneto, un ferromagneto, un antiferromagneto, otra cosa?
  - b) ¿La respuesta magnética proviene de momentos magnéticos localizados en los átomos o es de tipo itinerante (paramagnetismo de bandas)?
  - c) En base a la respuesta anterior decida si es posible estimar el producto  $s(s+1)g^2$ , donde  $s$  es el spin y  $g$  el factor de Landé.
5. Graficar las susceptibilidades diamagnética y paramagnética  $\chi_{dia}$ ,  $\chi_{para}$  (Curie Weiss) en función de la temperatura para el caso de un aislador paramagnético tipo  $A_2B_3$ . Considerar el número de átomos magnéticos por unidad de volumen  $N_A = 5 \times 10^{22} \text{at/cm}^3$ , factor de Landé  $g = 2$ ,  $s = 1$  (tomar  $L = 0$ ) y  $\sum_i \overline{r_i^2} \simeq 2 \times 10^{-20} \text{m}^2$  el valor promedio para los dos elementos que integran la muestra.

- a) ¿Domina el efecto diamagnético en algún rango de temperaturas?  
 b) ¿Qué valor debería tener  $s$  para que a temperatura ambiente  $\chi_{dia} > \chi_{para}$ ?  
 c) Usando una temperatura de Fermi del orden de  $8 \times 10^4$  K comparar con la susceptibilidad  $\chi_{para}$  (Pauli) que se esperaría si el material fuera un metal con idénticos valores de  $N_A$  y  $s$  y que sus electrones de conducción pueden ser tratados como libres.
6. Considere un modelo de Ising ferromagnético de espín  $S = 1$  en una red triangular. El Hamiltoniano es:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i^z S_j^z - H \sum_i S_i^z,$$

donde  $H$  es un campo magnético uniforme y la primera suma es sobre primeros vecinos.

- a) Encuentre el Hamiltoniano de campo medio  $\mathcal{H}_{MF}$  para este modelo.  
 b) Derive la energía libre por sitio  $F/N$  en campo medio.  
 c) Encuentre la ecuación autoconsistente para la magnetización local  $m = \langle S_i^z \rangle$  y obtenga la temperatura crítica  $T_C(H = 0)$ .  
 d) Suponiendo  $|H| \ll k_B |T - T_C| \ll J$ , expanda la energía libre adimensional  $f = F/6NJ$  en función de  $\theta = T/T_C$ ,  $h = H/k_B T$  y  $m$ . Minimizando para  $m$ , halle una expresión para la susceptibilidad magnética  $\chi = \partial m / \partial h$  cerca del punto crítico.
7. Considerar el modelo de Ising en una red consistente en dos redes interpenetradas 1 y 2 y el Hamiltoniano:

$$\mathcal{H} = -J_1 \sum_{\langle i_1, j_1 \rangle} S_{i_1}^z S_{j_1}^z - J_2 \sum_{\langle i_2, j_2 \rangle} S_{i_2}^z S_{j_2}^z - J_3 \sum_{\langle i_1, j_2 \rangle} S_{i_1}^z S_{j_2}^z - H \sum_{i_1} S_{i_1}^z - H \sum_{i_2} S_{i_2}^z,$$

siendo  $J_1, J_2, J_3 > 0$ , las interacciones entre primeros vecinos dentro de la subred 1, 2, y entre 1 y 2, respectivamente.

- a) Plantear la solución de campo medio para este modelo, definiendo dos magnetizaciones  $m_1$  y  $m_2$  correspondientes a cada una de las dos subredes.  
 b) Escribir las ecuaciones de autoconsistencia para  $m_1$  y  $m_2$ . En ausencia de campo magnético, ¿es posible que existan dos transiciones de fase en este modelo como función de la temperatura? ¿Por qué?  
 c) Considerando que cerca de la temperatura crítica  $T_c$ ,  $m_1$  y  $m_2$  son pequeños, intentar encontrar el exponente crítico  $\beta$  a campo magnético externo  $B = 0$  a partir de aproximaciones adecuadas.  
 d) Discutir en qué límite se recupera el modelo de Ising ferromagnético con interacciones entre primeros vecinos y demostrar que se recuperan las expresiones correspondientes para la magnetización y la susceptibilidad magnética cerca de la temperatura crítica.
8. Considerar el modelo de Ising "cuántico", definido por el siguiente Hamiltoniano:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i^z S_j^z - \Gamma \sum_i S_i^x,$$

con  $J > 0$ .

- a) Escribir las ecuaciones de campo medio para este modelo.  
 b) Graficar esquemáticamente el diagrama de fases en el plano  $\Gamma - T$  y discutir la naturaleza de cada una de las fases. Encontrar los valores críticos de  $\Gamma$  para  $T = 0$  y de  $T$  para  $\Gamma = 0$ .