Estructura de la Materia 2
Segundo Cuatrimestre 2019

Guía 3: Dinámica de Redes

1. Hallar la relación de dispersión de fonones para una cadena lineal monoatómica con interacción a primeros vecinos.

2. Sea una cadena lineal formada por iones de masa m_1 y m_2 con interacciones a primeros vecinos C.

   (a) Mostrar que la relación de dispersión es:

   $$\omega^2(k) = \frac{C}{\mu}\left(1 \pm \sqrt{1 - 2\frac{\mu^2}{m_1 m_2}\left[1 - \cos(ka)\right]}\right)$$

   (μ es la masa reducida.)

   (b) Encontrar la relación de amplitud u/v de las dos ramas de $\omega^2(k)$ para k en el borde de zona ($k = \frac{\pi}{a}$).

   (c) Discutir la forma de la relación de dispersión y la naturaleza de los modos normales cuando $m_1 \gg m_2$.

   (d) Comparar la relación de dispersión con la de la cadena monoatómica cuando $m_1 \approx m_2$. ¿Qué sucede cuando son iguales?

3. Teniendo en cuenta los modos de vibración calculados para el problema 2, describir y dibujar, representando con flechitas el movimiento de los átomos, los siguientes casos:

   - un fonón acústico con $k = 0$
   - un fonón acústico con $k = \frac{\pi}{a}$
   - un fonón óptico con $k = 0$
   - un fonón óptico con $k = \frac{\pi}{a}$

4. A partir de la relación de dispersión de una cadena lineal monoatómica con interacciones a primeros vecinos encontrar la densidad de estados de fonones.

5. Suponiendo que la rama óptica en un sólido tridimensional tiene, cerca de $k = 0$, la forma $\omega(k) = \omega_0 - Ak^2$, mostrar que la densidad de estados correspondiente a esa porción de la banda óptica es:

$$D(\omega) = \begin{cases} \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 2\pi A^{-3/2}(\omega_0 - \omega)^{\frac{1}{2}} & \omega \leq \omega_0 \\ 0 & \omega \geq \omega_0 \end{cases}$$

6. Considerar un medio elástico continuo unidimensional y uno bidimensional.

   - calcular la densidad de estados

   - calcular el calor específico a bajas y altas temperaturas

7. Un cristal puede ser descripto por el modelo de Debye-Einstein con frecuencia de Debye ω_D y frecuencia de Einstein ω_E, $\omega_E \gg \omega_D$.

   (a) Hacer un gráfico cualitativo de la densidad de estados fonónica $D(\omega)$, indicando claramente la condición de normalización.

   (b) Hacer otro de $c_v = c_v(T)$, especificando su dependencia para $T \to 0$ y para temperaturas altas.
   Considerar el problema en 1, 2 y 3 dimensiones.