

# Estructura de la materia 4

## 1. Ecuación de Dirac

- $(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi = 0$

- $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$

- $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$

- $\gamma^\mu = (\beta, \beta\vec{\alpha})$

## 2. Propiedades de las $\gamma_\mu$

- Representación de Dirac:

$$\beta = \begin{pmatrix} \mathbb{I}_{2x2} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I}_{2x2} \end{pmatrix}, \alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$

- $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$

- $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0, (\gamma^0)^2 = \mathbb{I}$

- $\gamma^{i\dagger} = -\gamma^i, (\gamma^i)^2 = -\mathbb{I}$

- $\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0$

- Matrices de Pauli:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k, \{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}\mathbb{I}$$

## 3. Lorentz

- Generador de las transformaciones de Lorentz:

$$S^{\alpha\beta} = \frac{i}{4}[\gamma^\alpha, \gamma^\beta]$$

- $S_\Lambda = e^{-i/2\varepsilon_{\alpha\beta}S^{\alpha\beta}}$

- $\psi' = S\psi$

- $S^\dagger = \gamma^0 S^{-1} \gamma^0$

## 4. Helicidad y quilaridad

- Operador de helicidad:

$$\Sigma \cdot \hat{p} = \Sigma \cdot \frac{\vec{p}}{p}, \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}$$

- Operador de quilaridad:

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

- $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$

- $(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5, (\gamma^5)^2 = \mathbb{I}$

## 5. Proyectores

- Proyecta sobre estados de quilaridad R:

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

- Proyecta sobre estados de quilaridad L:

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

- $P_R P_L = P_L P_R = 0$

- $P_R + P_L = \mathbb{I}$

- $P_R^2 = P_R, P_L^2 = P_L$