

Estructura de la Materia 4

Práctica 9: Modelo Estándar y mecanismo de Higgs

1. Considere el lagrangiano de QCD

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\Psi}(x)(i\not{\partial}I - M)\Psi(x) + g\bar{\Psi}(x)\gamma^\mu T_a \Psi(x)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$$

donde $T^a \equiv \frac{\lambda^a}{2}$ y $G_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g f_{abc}G_\mu^b G_\nu^c$, que es invariante ante transformaciones del grupo SU(3) local de color

$$\begin{cases} \Psi(x) \rightarrow e^{i g \alpha^a(x) T^a} \Psi(x) \\ G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \partial_\mu \alpha^a(x) - g f_{abc} \alpha^b(x) G_\mu^c \end{cases}$$

- a) Distribuya la derivada covariante e identifique el término de interacción entre quarks y gluones.
- b) Expanda el término de gluones $-\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$ en el lagrangiano e indentifique los términos del lagrangiano que corresponden a los acoplamientos de tres y cuatro gluones y dibuje los cuatro diagramas que, a orden más bajo, α_s^2 , contribuyen al proceso de scattering gluón-gluón, $gg \rightarrow gg$.

2. A partir de la sustitución de los campos vectoriales W_μ^0 y B_μ por los campos A_μ y Z_μ

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} (g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0)$$

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} (g_2 W_\mu^0 + g_1 Y_L B_\mu)$$

en los términos de interacción asociados a la simetría U(1) de hipercarga y SU(2) de isospín débil:

$$\mathcal{L}_{int}^{U(1)} = \frac{g_1}{2} [Y_L (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + Y_R (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R)] B_\mu$$

$$\mathcal{L}_{int}^{SU(2)} = \frac{g_2}{2} [\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^0 - \sqrt{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ - \sqrt{2} \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^0]$$

- a) Muestre que el acoplamiento entre los electrones y el campo A_μ es el usual de QED

$$q_e \{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \} A_\mu$$

provisto que g_1 y g_2 estén relacionadas con la carga eléctrica q_e según

$$q_e = g_1 \cos \theta_W$$

con

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

b) Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{q_e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W \right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - \left(\sin^2 \theta_W \right) \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right\} Z_\mu^0$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{q_e}{2 \cos \theta_W \sin \theta_W} \{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \} Z_\mu^0$$

c) Interprete en términos de vértices de interacción, y de sus correspondientes diagramas de Feynman, los términos de acoplamiento entre las componentes left de los electrones, los neutrinos, y los bosones W^+ y W^- . Analice la conservación de la carga eléctrica y de la helicidad en cada vértice y deduzca a partir de ello la carga eléctrica y spin de los bosones.

3. Considere un campo escalar real no masivo $\phi(x)$ en presencia de un potencial V

$$V = \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right)$$

con $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$, tal que su lagrangiano resulta

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4} \lambda \phi^4 \right)$$

a) Muestre que desarrollando el campo $\phi(x)$ alrededor de cualquiera de los mínimos v del potencial según

$$\phi(x) = v + \eta(x)$$

donde $v \equiv \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$, el lagrangiano se reduce al de un campo masivo η de masa $m_\eta^2 = 2 \lambda v^2 = -2 \mu^2$.

b) Discuta el origen de la masa del campo η y la pérdida de simetría ante reflexiones ($\phi(x) = \phi(-x)$) del campo original.

4. Repita el ejercicio anterior pero para un campo escalar complejo ϕ , tal que su lagrangiano

$$\mathcal{L}^{U(1)} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

($\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu$) es invariante ante transformaciones locales del grupo $U(1)$

$$\begin{cases} \phi(x) \rightarrow e^{i\chi(x)} \phi(x) \\ A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \chi(x) \end{cases}$$

pero desarrollando el campo $\phi(x)$ según

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x))$$

donde $h(x)$ es real. Muestre que en el lagrangiano resultante tanto A_μ como h cuentan ahora con términos de masa.

5. Muestre que en el caso de un doblete de campos escalares complejos, $\Phi(x)$, invariante ante transformaciones locales de $SU(2)$ (ejercicio 4 de la práctica 7) los tres bosones de gauge W adquieren masa.
6. Muestre que el mecanismo de Higgs aplicado al modelo de Weinberg-Salam predice masas para los bosones W^\pm y Z relacionadas entre si tal que

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1$$

7. Invariancia de Gauge y Ruptura de Simetrías en el Modelo Standard

- (a) Escriba la derivada covariante D_μ en términos de los campos de gauge de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$: W_μ^a y B_μ
- (b) Reescriba la misma derivada covariante en términos de los campos “físicos” W_μ^\pm , Z_μ y A_μ y de los respectivos operadores T^\pm , T^3 y Q . Muestre que se obtiene

$$D_\mu = \partial_\mu - i \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) - i \frac{g}{\cos \theta_W} Z_\mu (T^3 - \sin^2 \theta_W Q) - ie A_\mu Q$$

- (c) De acuerdo a lo mostrado en (b), diga cuáles deben ser los números cuánticos del valor de expectación de vacío del campo de Higgs para que el fotón no posea masa.
- (d) Desarrolle el término relevante en el Lagrangiano correspondiente a las masas de los bosones de Gauge (sin especificar la representación del campo de Higgs, vea el punto que sigue)
- (e) En el modelo Standard (con un doblete $T_{MS} = 1/2$ de Higgs) se obtiene $\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1$. Calcule ρ cuando el bosón de Higgs pertenece a una representación distinta con T e Y cuya componente de carga cero adquiere un valor de expectación de vacío v . Muestre que el resultado es

$$\rho = 2 \left(T(T+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right) / Y^2$$

Ayuda: Recuerde que $\frac{1}{2}(T^+T^- + T^-T^+) = T^2 - (T_3)^2$.

8. Encuentre los acoplamientos para los vértices hW^+W^- , hhW^+W^- , hhZ^0Z^0 , hZ^0Z^0 . Existen vértices $hh\gamma\gamma$ donde h es el bosón de Higgs? Y con sólo tres bosones de Higgs hhh ?
9. Verifique que introduciendo un término de interacción entre electrones, neutrinos y el doblete de campos escalares complejos $\Phi(x)$ según

$$-g_e \left\{ (\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right\}$$

el mecanismo de Higgs genera un término masa para los electrones y otro de interacción entre los electrones y el campo escalar h

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{g_e v}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{g_e}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) h \\ &= -m_e \bar{e} e - \frac{m_e}{v} \bar{e} e h \end{aligned}$$