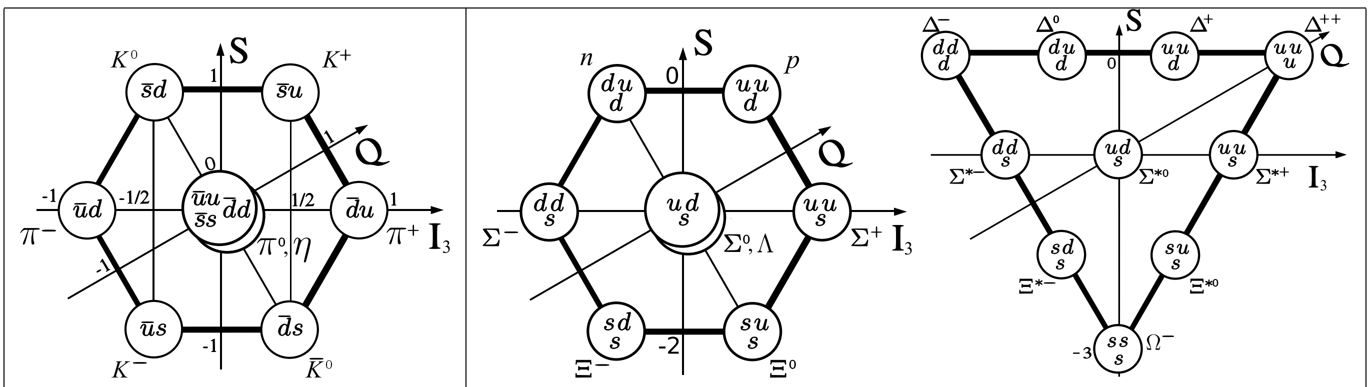
Estructura de la materia 4

Segundo Cuatrimestre de 2017

Práctica 3: Simetría $SU(3)$ y modelo de quarks

Si yo pudiera recordar el nombre de todas esas particulas, habría sido botánico.

Enrico Fermi



Mesones　　　　　　　　Bariones

1. Repase la definición de los grupos $U(1)$, $U(2)$ y $U(3)$, $SU(2)$ y $SU(3)$ y diga en cada caso cual es su dimensión. Vea guía complementaria.

2. Una transformación unitaria arbitraria en el espacio SU(3) se puede escribir como

$$\Psi'(x) = U(\varepsilon^a)\Psi(x) = e^{i\varepsilon^a \frac{\lambda_a}{2}}\Psi(x) \quad a = 1, \ldots, 8$$

donde ε^a son ocho parámetros reales que caracterizan la transformación, y λ_a son el análogo de las matrices de Pauli pero para SU(3):

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Verifique que λ_1, λ_2, y λ_3, generan rotaciones en el espacio de isospín.
b) Verifique que $I_\pm \equiv \frac{1}{2}(\lambda_1 \pm i\lambda_2)$, $U_\pm \equiv \frac{1}{2}(\lambda_6 \pm i\lambda_7)$, y $V_\pm \equiv \frac{1}{2}(\lambda_4 \pm i\lambda_5)$ son los operadores de subida y de bajada para isospín, u-espín, y v-espín.
c) Muestre que los generadores λ_a satisfacen relaciones análogas a las de las matrices de Pauli de SU(2)

$SU(2)$	$SU(3)$
$tr\,\sigma_i = 0$	$tr\,\lambda_a = 0$
$tr\,\sigma_i\sigma_j = 2\delta_{ij}$	$tr\,\lambda_a\lambda_b = 2\delta_{ab}$
$\lvert\frac{\sigma_i}{2}, \frac{\sigma_j}{2}\rvert = i\,\varepsilon_{ijk}\frac{\sigma_k}{2}$	$[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2}] = i\,f_{abc}\frac{\lambda_c}{2}$

donde las constantes de estructura f_{abc} son antisimétricas ante el intercambio de pares de índices ($f_{123} = 1$, $f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{516} = f_{637} = \frac{1}{2}$)

3. Generalizando la simetría SU(2) a SU(3), obtenga las funciones de onda del octete simétrico. Discuta la existencia de las partículas Σ^0 y Λ^0, que corresponden a un mismo octete, y tienen los mismos valores de extrañeza S=-1 y componente de isospin I_3=0. ¿En que se diferencian entonces? ¿Como reflejan sus respectivas funciones de SU(3) esta diferencia? (Sugerencia: recuerde que además de I_3, el otro número cuántico que las caracteriza es el módulo de isospin).

4. A partir de la función de onda de la partícula Λ en las representaciones correspondientes a los octetes simétrico y antisimétrico, las cuales están dadas por

$$\begin{aligned}
\Phi_{\text{mixta}-\text{anti}} &= \frac{1}{\sqrt{12}}(2(ud-du)s+(us-su)d+(sd-ds)u) \\
\Phi_{\text{mixta}-\text{sim}} &= \frac{1}{2}((ds+sd)u-(us+su)d) \\
\chi^{\uparrow}_{\text{mixta}-\text{anti}} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow-\downarrow\uparrow)\uparrow \\
\chi^{\uparrow}_{\text{mixta}-\text{sim}} &= \frac{1}{\sqrt{6}}((\uparrow\downarrow+\downarrow\uparrow)\uparrow-2\uparrow\uparrow\downarrow)
\end{aligned}$$

calcule el momento magnético anómalo de Λ sabiendo que las masas de los quarks son $m_u = m_d =$ 360 MeV, $m_s = 540$ MeV.

5. Entienda la relación entre las siguientes descomposiciones de productos de representaciones de $su(3)$:

$$\begin{aligned}
3\otimes 3\otimes 3 &= 1\oplus 8\oplus 8\oplus 10 \\
3\otimes \overline{3} &= 8\oplus 1
\end{aligned}$$

y la organización de los hadrones y mesones en los octetes y decupletes.

6. Muestre que la función de onda de la parte de color, que correponda a un singlete de color, deber ser totalmente antisimétrica en el caso de los hadrones anteriores y totalemente simétrica en el caso de los mesones.