Segundo Parcial Estructura 4, segundo cuatrimestre 2017

*Resolución de algunos ejercicios*

1. Ej 1.

   *a*) Una posible trasnformación de simetría, global, que solo afecte a los campos de Dirac consiste en multiplicar a estos por una fase. La fase debe ser la misma para el $\Psi_\nu$ y $\Psi_e$ izquierdos, dado que las $\sigma_2$ y $\sigma_3$ los mezclan. La fase de la parte derecha del electrón puede ser elegida independientemente. La corriente conservada izquierda y derecha es la usual: $J^L_\mu = \overline{\Psi_\nu}\gamma_\mu\Psi_\nu + \overline{\Psi^L_e}\gamma_\mu\Psi^L_e$ mientras que para la parte derecha, la corriente solo contiene contribuciones del campo asociado a la parte derecha del electrón: $J^R_\mu = \overline{\Psi^R_e}\gamma_\mu\Psi^R_e$ (omito el supraindice $L$ para el neutrino dado que no estamos considerando la existencia de una parte derecha del neutrino)

   Como se dijo a lo largo de la segunda mitad de la cursada en muchas oportunidades, este tipo de corrientes implican, a nivel cuantico, la conservación de números de partículas menos números de antiparticulas. De modo que la primera corriente implica que se conserva el numero total de neutrinos y electrones izquierdos menos el número total de sus antiparticulas. La segunda corriente, implica la conservación del número analogo para electones derechos.

   *b*) Insertando la descomposición de $B$ y $W^3$ en términos de $A$ y $Z$, se llega trivialemente a que los términos de acoplamiento de los campos de Dirac del electrón (izquierdo) y el neutrino , con $Z$ son:

$$L^{\int}_{fermion-Z} = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}\left(-\frac{(g'^2+g^2)}{2}\overline{\Psi_\nu}\gamma^\mu Z_\mu\Psi_\nu + \frac{(-g'^2+g^2)}{2}\overline{\Psi_e}^L\gamma^\mu Z_\mu\Psi^L_e + g'g\overline{\Psi_e}^R\gamma^\mu Z_\mu\Psi^R_e\right)$$

   El desacople de $Z$ con la parte izquierda del electrón se obtiene para $g'^2 = g^2 \to g'/g = 1$ (dado que ambas constantes fueron elegidas positivas). En este caso, el acoplamiento con $Z$ de la parte izquierda del neutrino y la parte derecha del electrón es $-\frac{1}{\sqrt{2}}g$ y $\frac{1}{2}g$ respectivamente.

   A fin de escribir los acoplamientos no nulos en término de la carga electrica del positrón, necesitamos ver como se relacionan en general $g$ y $g'$ con el acoplamiento de $A_\mu$ con $\Psi_e$ (la constante de acoplamiento derecha e izquierdo debe ser igual, ambas a $-e$). De la sustitución de $B$ y $W^3$ en términos de $A$ y $Z$ se ve que:

$$L^{int}_{fermion-A} = \frac{-1}{\sqrt{g^2+g'^2}}\left(gg'\overline{\Psi_e}^L\gamma^\mu A_\mu\Psi^L_e + g'g\overline{\Psi_e}^R\gamma^\mu A_\mu\Psi^R_e\right)$$

   Para $g = g'$, la igualación con $-e$ lleva a $g = \sqrt{2}e$. De esta forma, podemos expresar todas las constantes en términos de $e$.

   Para ver que el neutrino nunca podria desacoplarse del $Z$ independientemente de la relación entre $g$ y $g'$, basta ver que esta constante es: $\frac{-1}{2}\frac{g'^2+g^2}{\sqrt{g^2+g'^2}}$

   *c*) Ante el $U(1)$ global asociado al campo $A_\mu$, cada uno de los campos se multiplica por una fase que es proporcional a su carga. De modo que si se define $\alpha$ a la fase que aparece en la trasnformación: $W_+ \to e^{i\alpha}W_+$, el resto de los campos transformara como:

$$W_- \to e^{-i\alpha}W_- \quad \Psi_e \to e^{-i\alpha}\Psi_e \tag{1}$$

Quedando $Z$, $A$ y $\Psi_\nu$ invariantes, por ser campos neutros (electromagneticamente).

Es trivial ver que el lagrangiano queda invariante ante esta transformación dado que, en los términos de acoplamiento campo de gauge-fermion, $W^+$ aparece junto a $\Psi_e$, $W^-$ junto a $\overline{\Psi}_e$. En los términos que aparecen al descomponener $Tr(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu})$ se ve, usando la ayuda, que siempre que apararece $W^+$ lo hace en compania de $W^-$ y por tanto sus fases se cancelan. Eso era todo lo que se necesitaba decir.

**Observaciones sobre el ej 1**

a) En el modelo estandard hay términos de masa para el electrón de modo que no hay dos simetrías independientes para la parte izquierda y derecha. La conservación del punto a) es la del *número leptonico electronico*, que dice que se conserva el numero total de electrones mas neutrinos menos su número de antipartículas.

El ejercicio no apelaba a un despliegue de imaginación: la simetria mas obvia (sobre la que se insistió en cada clase) a buscar en un lagrangiano que contiene campos complejos es la de multiplicar por fases. El ejercicio no pedia hallar la más general. Note que no ser'ia simetría una transformación que mezcle las componentes del doblete por culpa de los campos $W$ (que mezclan neutrin con electrón). Es cierto que $SU(2)$ left es una simetría pero este grupo (incluso el global) involucra tranformaciones de los $W$ (lo cual no estaba contemplado en la consigna).

b) Esta parte apuntaba a hacer una cuenta explicita para ver como se acoplan cada parte del doblete a $A$ y $Z$. La elección $g'/g = 1$ no corresponde a la realdidad, dado que esto implicaria un ángulo de Weinber de $\frac{\pi}{4}$ el cuál es mucho mas grande que el determinado experimentalemente (vea en wikipedia cuanto es). Jugar con esta posibilidad ayuda a entender la implicación que tiene esa relación entre constantes (a determinar experimentalmente) en la intensidad del acoplamiento con $Z$ de cada campo.

Se pido expresar todo en términos de $e$ para recordar que este parametro, junto con el angulo de Weinberg, son suficientes para determinar $g$ y $g'$ (en la realidad, la relación de $g$ con $e$ sera diferente a la de este ejercicio por supuesto)

c) Este item requeria darle sentido a la afirmación de que los campos $W^+$ y $W^-$ tienen carga $e$ y $-e$, y que el $Z$ y $Z$ son neutros. La ralción entre las cargas y el peso relativo de las fases que aparecen en la tranformación global es algo que se enfatizo mucho, en especial en la guia de simetría de gauge abeliana.

La demostración de que los campos $W^\pm$ transforman asi ante el $U(1)$ global electromganetico requeriria un calulo mas largo. No se pedia esto desde ya. La cuenta a hacer es plantear una transformación global generada por la mezcla de $\sigma_3$ e $Y_R$ que aparece en la expresón de $Q$ y usar l regla de trasnformación general de un campo abeliano. Esa cuenta llevaría a que los campos $W$ tranforman multiplicandose por las fases mencionadas. Pero solo se apelaba a que tuvieran presente que esto es asi, de lo contrario no asignariamos esas cargas a los $W$.