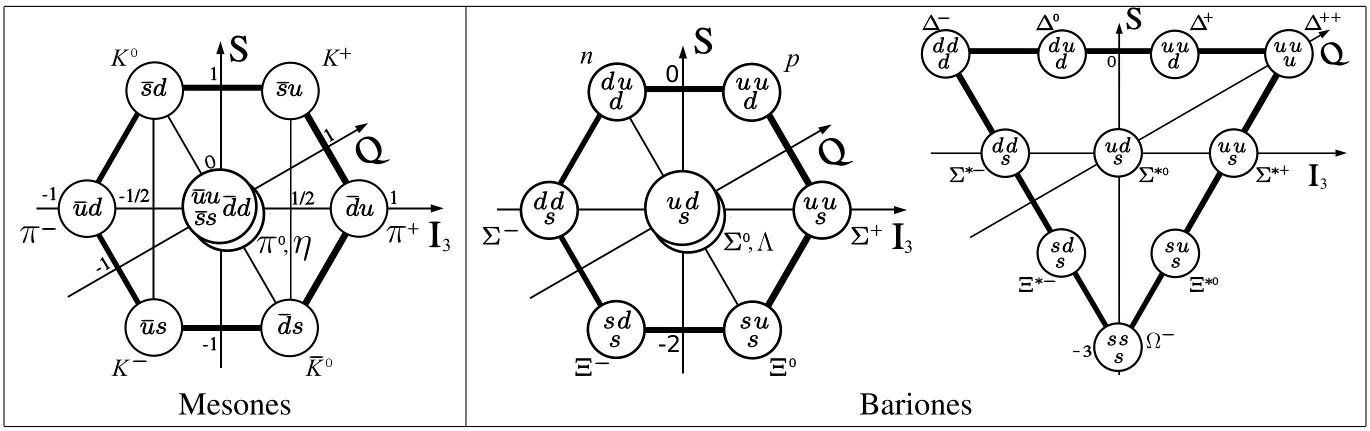
ESTRUCTURA DE LA MATERIA 4

PRIMER CUATRIMESTRE DE 2018

PRÁCTICA 3: SIMETRÍA SU(3) Y MODELO DE QUARKS



Mesones — Bariones

1. Una transformación unitaria arbitraria en el espacio SU(3) se puede escribir como

$$\Psi'(x) = U(\varepsilon^a)\Psi(x) = e^{i\varepsilon^a \frac{\lambda_a}{2}}\Psi(x) \quad a = 1,\ldots,8$$

donde ε^a son ocho parámetros reales que caracterizan la transformación, y λ_a son el análogo de las matrices de Pauli pero para SU(3):

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Verifique que λ_1, λ_2, y λ_3, generan rotaciones en el espacio de isospín.
b) Verifique que $I_\pm \equiv \frac{1}{2}(\lambda_1 \pm i\lambda_2)$, $U_\pm \equiv \frac{1}{2}(\lambda_6 \pm i\lambda_7)$, y $V_\pm \equiv \frac{1}{2}(\lambda_4 \pm i\lambda_5)$ son los operadores de subida y de bajada para isospín, u-espín, y v-espín.
c) Muestre que los generadores λ_a satisfacen relaciones análogas a las de las matrices de Pauli de SU(2)

$SU(2)$	$SU(3)$
$tr\,\sigma_i = 0$	$tr\,\lambda_a = 0$
$tr\,\sigma_i\sigma_j = 2\delta_{ij}$	$tr\,\lambda_a\lambda_b = 2\delta_{ab}$
$\lvert\frac{\sigma_i}{2}, \frac{\sigma_j}{2}\rvert = i\,\varepsilon_{ijk}\frac{\sigma_k}{2}$	$[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2}] = i\,f_{abc}\frac{\lambda_c}{2}$

donde las constantes de estructura f_{abc} son antisimétricas ante el intercambio de pares de índices ($f_{123} = 1$, $f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{516} = f_{637} = \frac{1}{2}$)

2. Generalizando la simetría SU(2) a SU(3), obtenga las funciones de onda del octete simétrico. Discuta la existencia de las partículas Σ^0 y Λ^0, que corresponden a un mismo octete, y tienen los mismos valores de extrañeza S=-1 y componente de isospin I_3=0. ¿En que se diferencian entonces? ¿Como reflejan sus respectivas funciones de SU(3) esta diferencia? (Sugerencia: recuerde que además de I_3, el otro número cuántico que las caracteriza es el módulo de isospin).

3. A partir de la función de onda de la partícula Λ en las representaciones correspondientes a los octetes simétrico y antisimétrico, las cuales están dadas por

$$\begin{aligned}
\Phi_{\mathrm{mixta-anti}} &= \frac{1}{\sqrt{12}}\left(2(ud-du)s+(us-su)d+(sd-ds)u\right)\\
\Phi_{\mathrm{mixta-sim}} &= \frac{1}{2}\left((ds+sd)u-(us+su)d\right)\\
\chi^{\uparrow}_{\mathrm{mixta-anti}} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow-\downarrow\uparrow)\uparrow\\
\chi^{\uparrow}_{\mathrm{mixta-sim}} &= \frac{1}{\sqrt{6}}\left((\uparrow\downarrow+\downarrow\uparrow)\uparrow-2\uparrow\uparrow\downarrow\right)
\end{aligned}$$

calcule el momento magnético anómalo de Λ sabiendo que las masas de los quarks son $m_u = m_d =$ 360 MeV, $m_s = 540$ MeV.