

ESTRUCTURA DE LA MATERIA 4

VERANO 2019

GUIA 8: UN MUNDO SIN HIGGS

A fin acercarnos al modelo estandar completo en la guía proxima, consideraremos aquí distintos sectores del modelo estandar, es decir, nos enfocaremos en ciertos términos del Lagrangiano completo. Dejaremos de lado en esta guía todos los términos del Lagrangiano completo que contengan al campo de Higgs, de modo que aquí trataremos a todos los campos de Dirac (que describen a leptones y quarks) y los campos de gauge como si no tuvieran masa. Para hacerlo aún mas progresivo, consideraremos por separado aquellos términos relevantes para *quantum cromodynamics* (QCD) y aquellos relevantes para la interacción electrodebil.

QCD: sector del modelo estandar con interacción fuerte

1. En el modelo estandar, de todos los fermiones solo los 6 quarks (u, d, c, s, t, b) se acoplan a los gluones, mediadores de la fuerza fuerte. Los quarks son las partículas asociadas a campos de Dirac Ψ_I ($I = 1 \dots 6$), cada uno de los cuales se puede pensar como un triplete de color. Es decir, cada Ψ_I tendra un indice extra que tomara los valores rojo, verde, azul. El Lagrangiano correspondiente es este:

$$L_{QCD} = \sum_{I=1}^6 \bar{\Psi}_I(x) i \gamma^\mu (\partial_\mu + ig G_\mu^a T_a) \Psi_I(x) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (1)$$

donde $T^a \equiv \frac{\lambda^a}{2}$, siendo λ_a las matrices de Gell-Mann.

- (a) Dibuje los vértices de interacción entre cada quark y los gluones y asegurese de entender que los términos de interacción no mezclan quarks diferentes (es decir, no hay mezcla entre u y d por ejemplo)
- (b) Este lagrangiano tiene una simetría local $SU(3)$, que resulta de gaugear la $SU(3)$ global de color. Además de esta, existe una simetría global extra que consiste en multiplicar cada Ψ_I por una fase, independiente para cada indice I pero la misma para cada indice de color. A partir de lo visto en guías pasadas, diga que ley de conservación implica esta simetría. Observe que esta simetría subsistiría aún en presencia de términos de masa para los quarks, todos diferentes en general.
- (c) A partir de esa ley de conservación, considerando el caso no realista en que se observen quarks como partículas libres, diga cuales de los siguientes procesos serían posibles y dibuje, cuando sea posible, algún diagrama de Feynman correspondiente al proceso:

$$u + \bar{u} \rightarrow d + \bar{d} \dots \quad u + \bar{d} \rightarrow d + \bar{u} \quad u + \bar{u} \rightarrow gluon + gluon$$

2. A fin de entender en términos mas fundamentales la simetría aproximada $SU(3)$ de sabor vista en guías anteriores:

- (a) En el caso en que ningun quark tenga masa, que simetría exacta global identifica en este Lagrangiano, mas alla de la $SU(3)$?

- (b) Cual sería la $SU(3)$ aproximada en la situación se incluyen términos de masa para cada quarks, distintas en general pero significativamente mas pequeñas las de u d y s y similares entre si?
- (c) Halle dentro de esa simetría cual es la simetría de isospin?.
- (d) Diga bajo que hipotesis sobre las masas de los quarks valdria a) ley de conservación del numero de quarks menos el numero de quark de cada especie b) la ley de conservación de isospin total c) la ley de conservación proyección 3 d) la conservación de la extranasa.
3. Si bien los quarks no se observan en estado libre sino en sus estados ligados (formando hadrones), es util considerar procesos de scattering entre quarks a fin de calcular amplitudes de probabilidad para los hadrones/mesones de los que forman parte. Considere algún proceso posible que involucre a hadrones y/o mesones de los octetes y decupletes de la guía 4 y dibuje los diagramas de Feynman que contribuyen al orden más bajo en perturbaciones. Para ello será necesario conocer la composición de quarks de cada hadrón.

Sector Electrodebil

1. Antes de considerar el sector electrodebil, considere un Lagrangiano que describa a N campos de Dirac sin masa, libres, con N par. Este N es 12 en el modelo estandard, correspondiente a los 6 leptones y 6 quarks.

 - Verifique que por ser no masivos, cada termino puede descomponerse en una suma de términos identicos para su parte derecha e izquierda. Olvide por un momento el caso de los neutrinos para los cuales no se ha observado su parte derecha. Volveremos a ello mas adelante.
 - Debido a lo anterior y agrupando de a pares los terminos derechos por un lado y los izquierdos por el otro, verifique que ese Lagrangiano es invariante ante $U(1) \times SU(2)$ eligiendo parametros diferentes para la parte derecha e izquierda.
2. En el sector electrodébil del modelo estandard, la simetría ante paridad esta rota. Esta ruptura, que refleja resultados empiricos, surge de gaugear de manera asimétrica para la parte derecha e izquierda la simetría global anterior. Una manera compacta de decir esto es proponer la sustitución: $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + ig'B_\mu \frac{Y}{2} + igW_\mu^a T_a$, siendo los generadores Y (llamada hipercarga) y T_a diferentes para la parte izquierda y derecha. La propuesta que funciona es la siguiente:

 - T_a son para la parte izquierda los generadores usuales de $su(2)$ en la representación fundamental: $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$ y son cero para la parte derecha. Esto equivale a decir que no se gaugeo la simetría $SU(2)$ de la parte derecha.
 - La Hipercarga izquierda se elige proporcional a la identidad, de forma tal que conmute con los generadores de $su(2)$ Para la parte derecha, la matriz de hipercarga queda libre con la sola condición de ser diagonal.

Con esa sustitución escriba todos los términos de interacción para cada doblete, separando la contribución izquierda y derecha.

3. Los campos B_μ y W_μ^3 pueden escribirse en términos de una combinación lineal definida por:

$$\begin{aligned}
 A_\mu &\equiv \cos(\theta_W)B_\mu + \sin(\theta_W)W_\mu^3 \\
 Z_\mu &\equiv -\sin(\theta_W)B_\mu + \cos(\theta_W)W_\mu^3
 \end{aligned}$$

θ es por ahora un parámetro arbitrario que define esta nueva combinación. Este se llama *ángulo de Weinberg*.


- Muestre que la suma de los términos cinéticos para B y W^3 es igual a la suma de los mismos para los campos A y Z , para todo valor de θ_W .
- Fijando $Y_L = -\text{Id}$ para los dobletes de leptones, y dado que A_μ se identificara con el campo electromagnético y que la diferencia de cargas entre el miembro del doblete superior e inferior es e , muestre que se debe cumplir: $g \sin(\theta) = e$.
- Muestre además que $g' \cos(\theta_W) = e$ (usando que el electrón debe tener carga $-e$) y por tanto $\tan(\theta_W) = g/g'$. Halle el valor de la matriz de hipercarga izquierda para los dobletes de quarks, usando los valores de sus cargas eléctricas.
- Halle las matrices de hipercarga derecha Y_R para cada doblete (asignando 0 a la correspondiente al neutrino derecho que no existe) teniendo en cuenta que el acoplamiento con el campo A_μ es el mismo para la parte izquierda y derecha.

4. Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{-q_e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left\{ \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + (\sin^2 \theta_W) \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right\} Z_\mu^0$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{-q_e}{2 \cos \theta_W \sin \theta_W} \{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \} Z_\mu^0$$

- Dibuje los diagramas de Feynman correspondientes a cada vertice de interacción para el doblete de electrones y el de quarks con todos los bosones de gauge A_μ , Z_μ y W^+ y W^- , siendo $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ (ojo al signo!).
-  **Conservación de número leptónico** Dejando de lado por el momento los dobletes de quarks (cuyos términos de interacción estarán modificados por el ángulo de Cabibbo), la interacción débil solo introduce mezcla entre los fermiones superiores e inferiores de cada uno. Esto lleva a una ley de conservación. Formule esa ley en términos de suma de número de partículas menos antipartículas de cada especie. Recordando lo visto en guías pasadas, con qué simetría global está asociada esta ley de conservación?
- Los dos campos reales W^1 y W^2 se han redefinido en términos de un campo complejo W^+ , que tiene por tanto un complejo conjugado $W^- \neq W^+$. La cuantización de este único campo complejo da lugar a partículas y antipartículas (que podemos llamar entre nosotros w^+ y w^- en minúscula para distinguirla del campo). Se afirma que w^\pm tienen cargas opuestas iguales en módulo a las del positrón.

Una forma de ver esto es usando la relación entre la carga relativa entre campos y la fase relativa por la que hay que multiplicar a cada uno para que el lagrangiano quede invariante. Verifique que el lagrangiano completo (incluyendo los términos cinéticos) queda invariante ante multiplicar a cada campo por $e^{in\alpha}$ siendo n un factor que pesa la carga de la partícula asociada medida en términos

de la del electrón, de forma tal que si elige $n = -1$ para el el campo de Dirac asociado al electrón, $n = -1$ debe ser 1 para W^+ , $\frac{2}{3}$ para el campo asociado a el quark u , 0 para el neutrino, etc.

Como veremos en clase, esta simetría se desprende de la de $U(1) \times SU(2)$ presente en el Lagrangiano por construcción.

8. 🐰 Teniendo en cuenta solo lagrangiano del modelo electrodébil (sin considerar aun los efectos de las mezclas dadas por el angulo de Cabibbo), indique cuáles de los siguientes procesos son posibles y cuáles no. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

(a) $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$	(b) $e^- \nu_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$	(c) $e^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_e$
(d) $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$	(e) $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$	(f) $\mu^+ e^- \rightarrow \mu^+ e^-$
(g) $\tau^+ e^- \rightarrow \nu_\tau \nu_e$	(h) $\tau^+ e^- \rightarrow \nu_\mu \nu_e$	(i) $\mu^+ e^- \rightarrow \gamma$
(j) $\gamma\gamma \rightarrow \nu_e \nu_e$	(k) $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$	(l) $e^+ e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$
(m) $u\bar{u} \rightarrow d\bar{d}$	(n) $s\bar{d} \rightarrow c\bar{c}$	(o) $\nu_e s \rightarrow e^- c$
(p) $c \rightarrow d e^+ \nu_e$	(q) $\gamma\gamma \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$	(r) $e^- u \rightarrow s \nu_e$

9. Si, para simplificar, se consideran sólo las dos primeras generaciones de fermiones, incluir el ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ modifica los términos de interacción que involucran a quarks. A la luz de esta modificación de la teoría diga como cambian los resultados de los ítems (m) a (r) del problema anterior.

10. Considere los siguientes decaimientos. Diga cuáles pueden ocurrir al tomar en cuenta la interacción fuerte y la electrodébil. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

(a) $\Sigma^- \rightarrow \Lambda \pi^-$	(b) $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	(c) $K^- \rightarrow \pi^- \pi^0$
(d) $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$	(e) $\Sigma^+ \rightarrow p \gamma$	(f) $D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$

11. Muestre que para un ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ se predice la siguiente relación entre los decaimientos del D^0 : $K^- \pi^+ : \pi^- \pi^+ : K^+ \pi^- \simeq 360 : 19 : 1$

12. **Ejercicio para pensar en el colectivo** Imagine como sería el mundo en presencia de gravedad (y ausencia de higgs), considerando que apaga:

- (a) La interacción electrodébil
- (b) La interacción fuerte

Es decir, piense en que cosas que hoy observa dejaria de observar. Se considero incluir la gravedad para poder tener materia aglutinada de forma tal que puedan iniciarse ciertos procesos.