

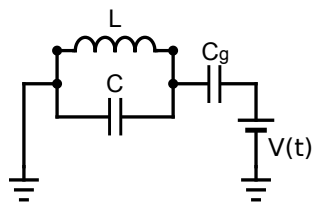
### Teoría de circuitos cuánticos

**Ejercicio 1:** Considere los siguientes circuitos eléctricos, representados en las figuras

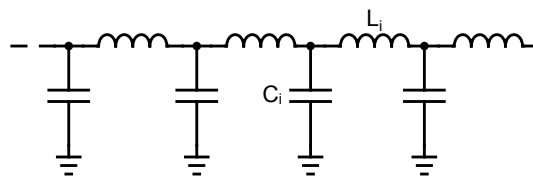
- a) Resonador LC
- b) Línea de transmisión
- c) Qubit de carga y trasmón
- d) rf-SQUID
- e) dc-SQUID
- f) Qubit de flujo de tres junturas.

Para cada uno de ellos:

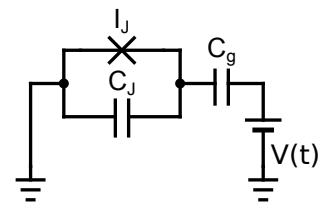
- i. Encuentre las ecuaciones dinámicas y el Lagrangiano del que se derivan
- ii. Encuentre las variables canónicamente conjugadas y escriba el Hamiltoniano del sistema clásico
- iii. Eleve las variables al carácter de operadores y escriba el Hamiltoniano del sistema cuántico



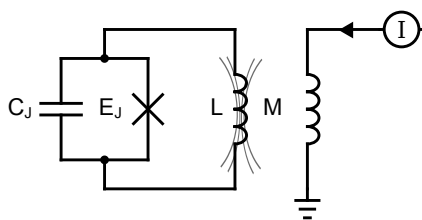
(a) Resonador LC



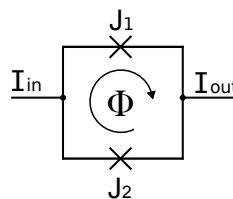
(b) Línea de transmisión



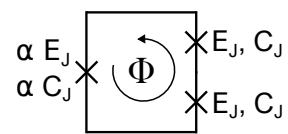
(c) Trasmon



(d) rf-SQUID



(e) dc-SQUID



(f) Qubit de flujo

**Ejercicio 2:** Dibuje un circuito formado por dos resonadores LC acoplados capacitivamente. El circuito debería ser el resultado de reemplazar la batería del ejercicio (1.a) por un segundo resonador.

- i. Encuentre el modelo cuántico para este circuito
- ii. Encuentre las variables canónicamente conjugadas que diagonalizan el Hamiltoniano llevándolo a la forma

$$H_{ef} = \sum_n \left\{ \frac{1}{2 C_n} \tilde{q}_n + \frac{L_n}{2} \tilde{\phi}_n \right\}$$

**Ejercicio 3:** En un ejercicio similar a (2), dibuje un circuito formado por dos qubits de carga acoplados capacitivamente y encuentre el modelo cuántico para este circuito.

**Ejercicio 4:** En la *representación de número*, se construye el espacio de Hilbert del circuito cuántico usando los autovalores del operador  $\hat{q}$  de carga, que son estados con un dado número de pares de Cooper de exceso  $\hat{q} = -2e\hat{n}$  y forman una base discreta  $\{|n\rangle, n \in \mathbb{Z}\}$ .

- i. Escriba la descomposición espectral del operador  $\hat{q}$  en esta base.
- ii. Usando la relación de conmutación  $[\hat{\phi}_n, \hat{q}_m] = i\hbar\delta_{nm}$  pruebe que

$$e^{i\hat{\phi}/\varphi_0} \hat{q} = (\hat{q} - 2e)e^{i\hat{\phi}/\varphi_0}$$

Utilice este resultado para encontrar la descomposición espectral del operador  $e^{i\hat{\phi}/\varphi_0}$

- iii. Escriba en la base  $\{|n\rangle\}$  el Hamiltoniano para el circuito (c) del ejercicio (1), que representa un qubit de carga o un trasmón de acuerdo a la relación entre parámetros.