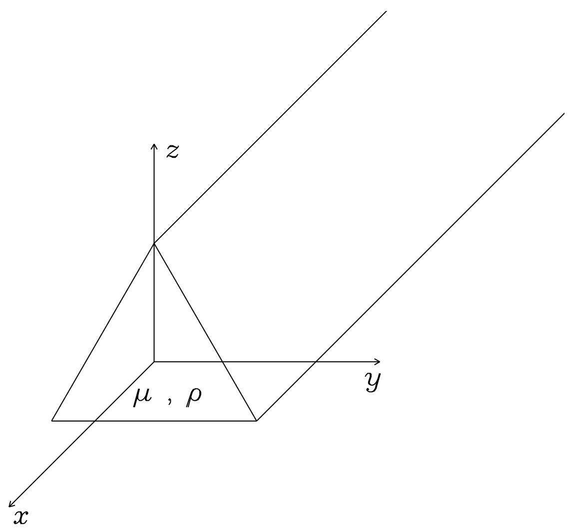
# Estructura de la Materia 1 – Recuperatorio $2^{\text{do}}$ Parcial

## $2^{\text{do}}$ Cuatrimestre 2020

## Problema 1

Un fluido **incompresible** de densidad $\rho$ y viscosidad $\mu$ llena el espacio interior de un cilindro cuya sección es un triángulo equilátero de lado $a$. El movimiento del fluido se debe a un gradiente de presiones constante $\Delta p/L = -\mathcal{P}_0$ en la dirección $\hat{x}$ ($\mathcal{P}_0 > 0$), donde el referencial es el que se muestra en la figura.




**(a)** Considere un campo de velocidades de la forma

$$\vec{v} = v(y,z)\hat{x} \quad .$$

Muestre que el campo

$$v(y,z) = A(2\sqrt{3}z + a)(\sqrt{3}z + 3y - a)(\sqrt{3}z - 3y - a)$$

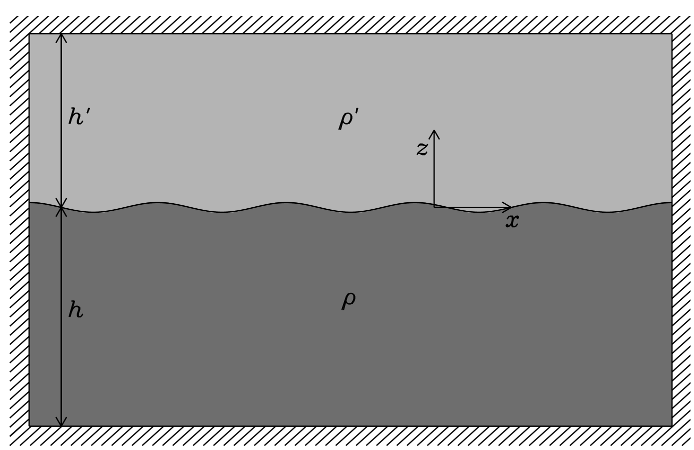
es solución del problema, es decir, satisface la ecuación de Navier-Stokes y las condiciones de contorno. Halle el valor de la constante $A$.

**(b)** Ahora agregue una fuerza gravitatoria uniforme (por unidad de volumen) $\vec{F}_g = -\rho g\hat{x}$. Encuentre la nueva solución al campo de velocidades.

**(c)** Calcule el esfuerzo que el fluido ejerce sobre alguna de las paredes del cilindro de sección triangular para el caso **(a)**.

**(d)** También para el caso **(a)**: usando análisis dimensional, responda cómo cambia el caudal volumétrico si el tamaño característico de la cañería se duplica. Justifique claramente su respuesta.

## Problema 2




**(a)** Determine la relación de dispersión de las ondas de gravedad que se propagan en el sistema de dos líquidos ideales e **incompresibles** mostrado en la figura, donde el tamaño horizontal del recipiente es $L$. La densidad del líquido inferior es $\rho$ y la del superior $\rho'$, con $\rho > \rho'$.

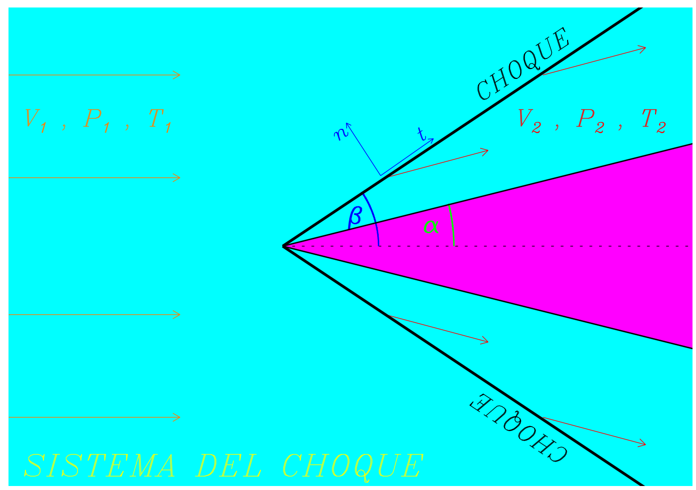
**(b)** Encuentre la forma funcional de la interfase $\eta(x,t)$.

# Problema 3

Una cuña de semiapertura $\alpha$ se mueve en su plano de simetría con número de Mach $M_1 > 1$ en aire quieto a presión $P_1$ y temperatura $T_1$. En el sistema que se mueve con la cuña se establece de cada lado de ella un choque oblicuo estacionario que ajusta la velocidad incidente a ser paralela a las paredes de la cuña. Para choques oblicuos las relaciones de Rankine Hugoniot siguen siendo válidas cambiando en las mismas $v$ por $|\vec{v}.\hat{n}|$ y $M$ por $|\vec{M}.\hat{n}|$, donde $\hat{n}$ denota la direción normal al frente de choque.

**(a)** Deduzca la ecuación implícita que relaciona la semiapertura del cono $\alpha$ (conocida *a priori*) con la inclinación del choque oblicuo $\beta$

$$\tan\alpha = \frac{2(M_1^2 \sin^2\beta - 1)}{\{M_1^2[\gamma + \cos(2\beta)] + 2\}\ \tan\beta} \quad .$$




Para ello considere la relación entre las velocidades de uno y otro lado del choque (modificada para el caso de choque oblicuo) y el hecho que a través del choque se conserva la componente tangencial de la velocidad.

*Ayuda:* Se recomienda usar las ecuaciones 5 o 6 del siguiente link.

**(b)** Note que para la parte derecha de la igualdad en **(a)** existen dos valores de $\beta$ que anulan la expresión, halle estos valores. Qué implica esto para cada par de valores fijos de $\alpha$ y $M_1 > 0$?