

Ejercicios a entregar afines a las **Prácticas 5 y 6**

Estructura de la Materia 1 - Primer cuatrimestre de 2021 - Cátedra Pablo Cobelli

Fecha límite de entrega: 23:59 del 27 de junio de 2021

Inestabilidades invíscidas

- Demuestre que si c es un autovalor de la ecuación de Rayleigh, también lo es su conjugado, c^* . En función de su respuesta, explique y justifique cuál es el criterio para determinar si un flujo de base es o no inestable frente a perturbaciones infinitesimales de número de onda k .
- Suponga ahora que el perfil de base corresponde a un chorro simétrico. Muestre que en este caso g es o bien simétrica o bien antisimétrica (respecto de $z = 0$). Comente qué consecuencias físicas tiene este resultado para el análisis de estabilidad.
- Empleando como base los resultados previos, analice la estabilidad del flujo de base dado por $\vec{u} = U(z)\hat{x}$, con

$$U(z) = \begin{cases} 1 - |z|, & \text{si } |z| < 1 \\ 0, & \text{si } |z| > 1 \end{cases}$$

y muestre que, para la rama par, la velocidad de propagación obedece la ecuación:

$$2k^2c^2 + kc(1 - 2k - e^{-2k}) - [1 - k - (1 + k)e^{-2k}] = 0.$$

- Determine, para ambas ramas (par e impar), para qué valores de k resulta inestable el flujo de base considerado y calcule el valor de k que corresponde a la mayor tasa de crecimiento de la inestabilidad.
Ayuda: puede resultarle útil saber que el motor online de cálculo de Wolfram (disponible en el sitio web <https://www.wolframalpha.com>) es capaz de calcular máximos y mínimos (locales y globales) de funciones empleando los pseudo-comandos como:

```
minimum of x^3+5*exp(-x)
maximum of -x^2-2*exp(-2*x)
```

y seleccionando la opción **Approximate form** en el cuadro de resultados obtenidos.

Ondas de gravedad

Considere ondas de gravedad en un océano de profundidad H , en principio arbitraria.

- Derive una expresión explícita para el campo de presiones en el fluido en función de las variables del problema.
- Considere ahora el caso de aguas profundas. Si se ubicasen sensores de presión en el lecho submarino, ¿será posible con ellos detectar el pasaje de ondas de gravedad en la superficie?
- Estudie ahora el límite de aguas poco profundas. Muestre que, en este caso, el campo de presiones es hidrostático. Justifique con argumentos este resultado.