

Estructura de la Materia 1 – 2^{do} Parcial

1^{er} Cuatrimestre 2021

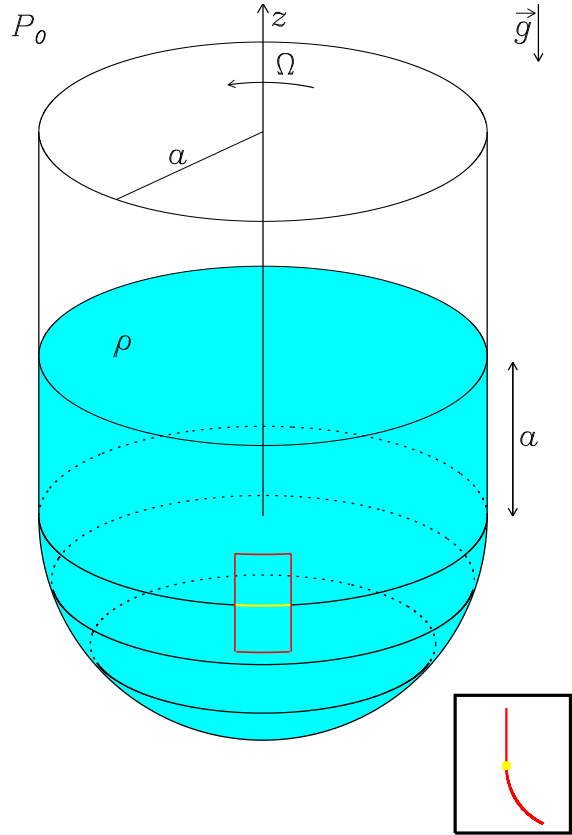
Problema 1

Un recipiente cilíndrico de radio a , cuya parte inferior consiste en una semiesfera, se pone a girar con velocidad Ω hasta alcanzar un régimen estacionario, en que el fluido de densidad uniforme ρ que se encuentra en su interior rota rígidamente como el recipiente.

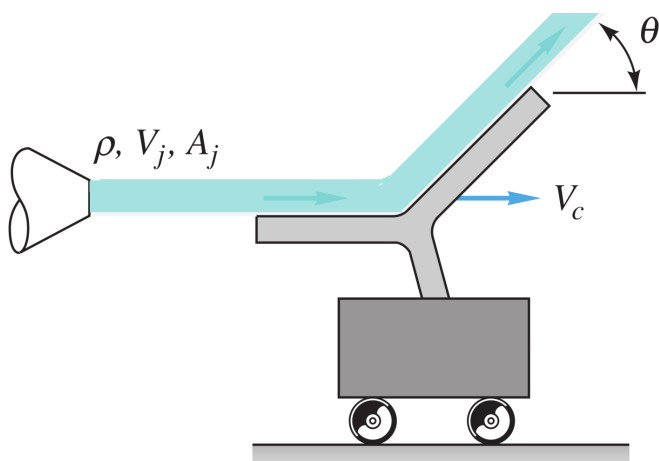
a) Si inicialmente el fluido llena completamente la semiesfera y alcanza una altura a sobre la pared recta del cilindro, encuentre una expresión para la coordenada z de la superficie libre cuando el recipiente rota. Tome el sistema coordenado indicado, donde $z = 0$ corresponde al centro de la semiesfera. ¿Cuál es el valor límite Ω_ℓ a partir del cual la superficie libre alcanza el fondo del recipiente?

b) Encuentre la presión sobre la superficie semiesférica (exprese en coordenadas esféricas). Considere $\Omega < \Omega_\ell$.

c) Ahora suponga que se tiene una compuerta (indicada por los trazos rojos) que puede girar rígidamente alrededor de una bisagra central (trazo amarillo) sobre el círculo que limita la superficie cilíndrica de la semiesférica. Indique cómo hallaría analíticamente la velocidad de rotación para la cual la puerta permanecería cerrada. El esquema inserto en la esquina inferior derecha de la figura muestra un corte vertical de la compuerta.



Problema 2



Un chorro de fluido incompresible de densidad uniforme ρ impacta en un deflector adosado a un carrito el cual se mueve hacia la derecha. Asuma un fluido ideal e ignore los efectos de la gravedad sobre el chorro. Suponga que el carrito se mueve a una velocidad V_c constante debido a la existencia de alguna fuerza que se opone al movimiento y que equilibra la fuerza ejercida por el chorro.

a) Encuentre la fuerza que el fluido ejerce sobre el carrito en función de V_c y de los parámetros indicados en la figura.

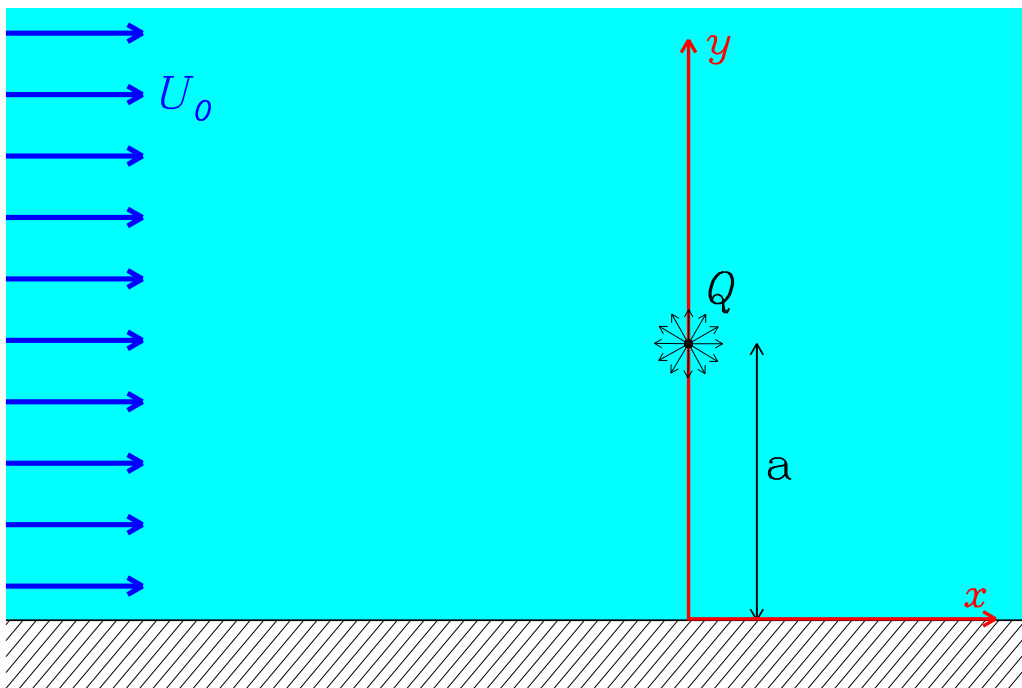
b) Si la fuerza que se opone al movimiento del

carrito es la de rozamiento con el aire, dada por $F_r = -k_1 V_c^2$, encuentre la velocidad final V_c que adquiere el carrito.

c) Rehaga el punto (b) si ahora se tiene en cuenta además la fuerza de fricción con el piso dada por $F_f = -k_2 N$, donde N es el módulo de la fuerza normal sobre el carrito, el cual tiene una masa M (es suficiente hallar una expresión cuadrática en V_c de la cual podría obtenerse esta velocidad).

Problema 3

Se tiene un flujo plano incompresible e irrotacional de densidad ρ dado por un flujo uniforme al infinito, y una fuente enfrentada a un plano. Tome el sistema coordenado indicado en la figura.



- Escriba el potencial complejo correspondiente a la configuración y encuentre los puntos de estancamiento. ¿Cuál es la condición para que estos puntos se encuentren sobre el contorno sólido?
- Tomando $U_0 = 3$ m/s y $Q/2\pi = 4$ m²/s (Q es un caudal volumétrico por unidad de longitud), ¿qué condición debe verificar a para que la velocidad máxima sobre el contorno sólido sea al menos de 7 m/s?
- Si en $x = a$ la presión es p_0 , encuentre la distribución de presiones sobre el contorno sólido.