Estructura de la materia 1 (verano 2021)

- Bienvenidxs a la materia!

- Por favor inscribanse en SIU Guarani si no lo hicieron >>> Esperen la reapertura.

- Miren la página de la materia por horario, guías, cronograma y novedades: http://materias.df.uba.ar/edlm1a2021v/

- En los TPs van a usar http://campus.exactas.uba.ar

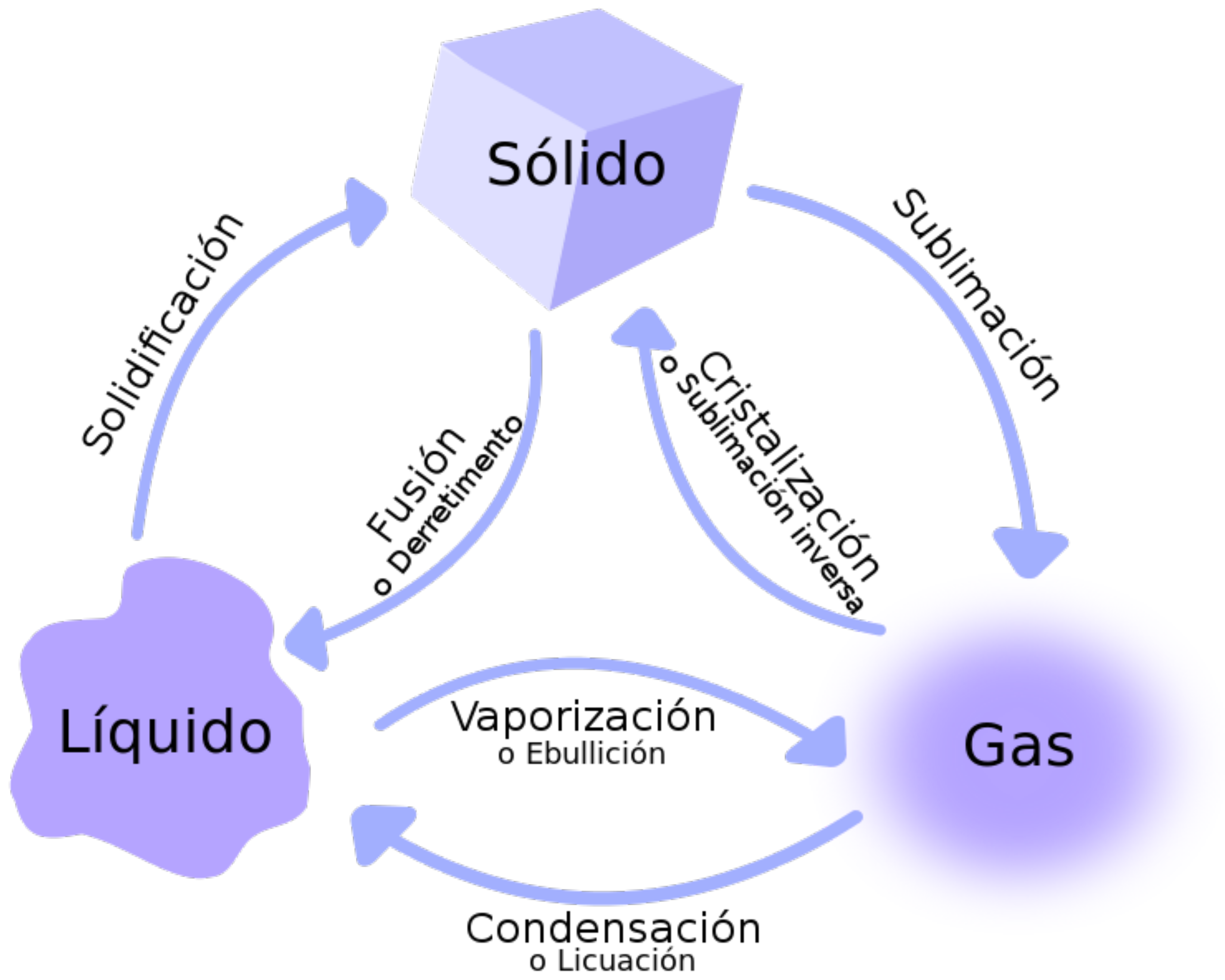
- Las teoricas de 9 a 11 con 5’ de intervalo en el medio.

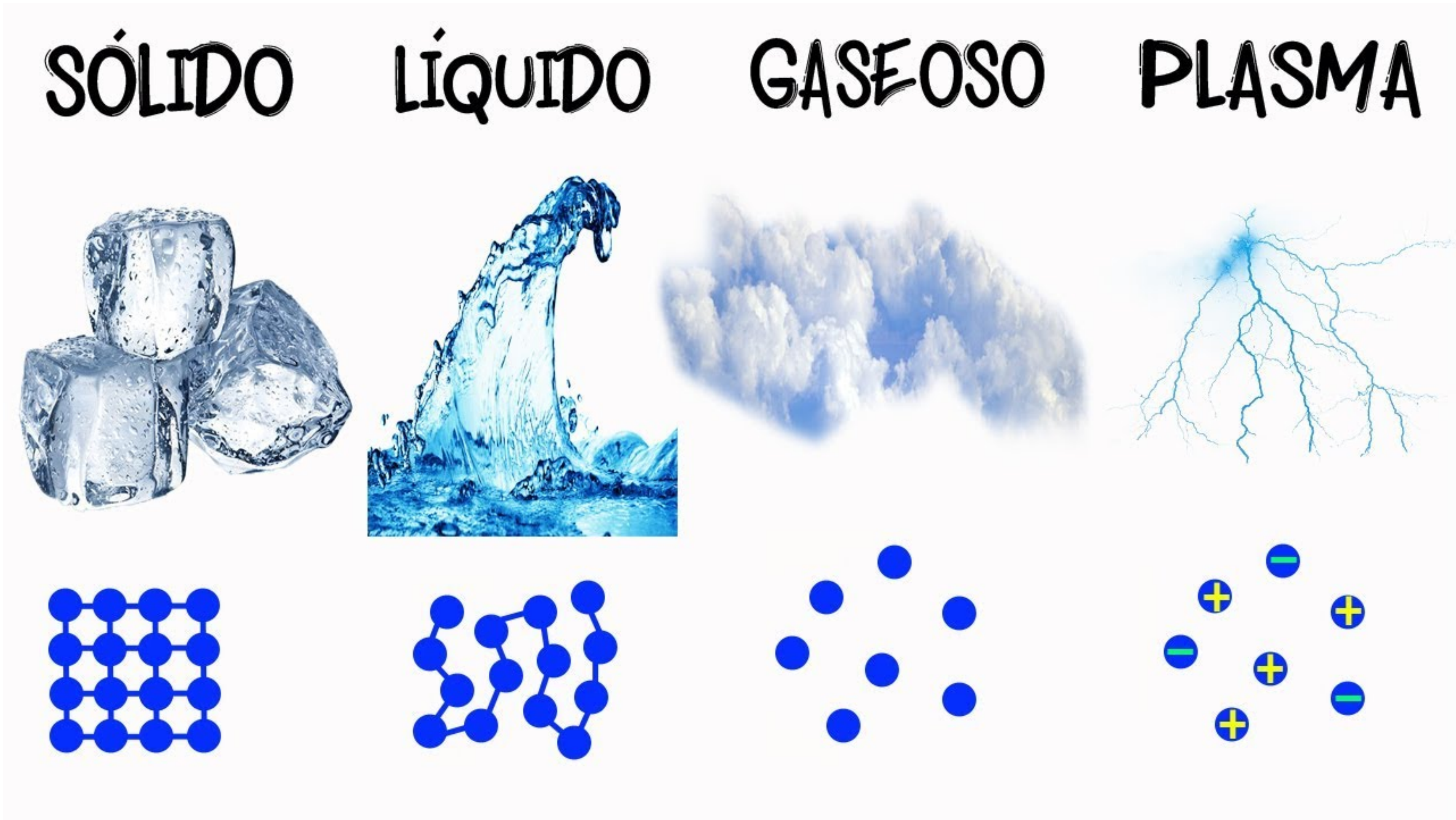
- Utilicen el email de los docentes para consultas fuera del horario de clases.

- La evaluación de TPs se realiza a través de un parcial al final de la cursada y su recuperatorio.

Estados de la materia

Existen tres o tal vez cuatro estados de la materia, que podemos clasificar de acuerdo al comportamiento de dos propiedades geometricas durante la evolucion: su **volumen** y su **forma**.





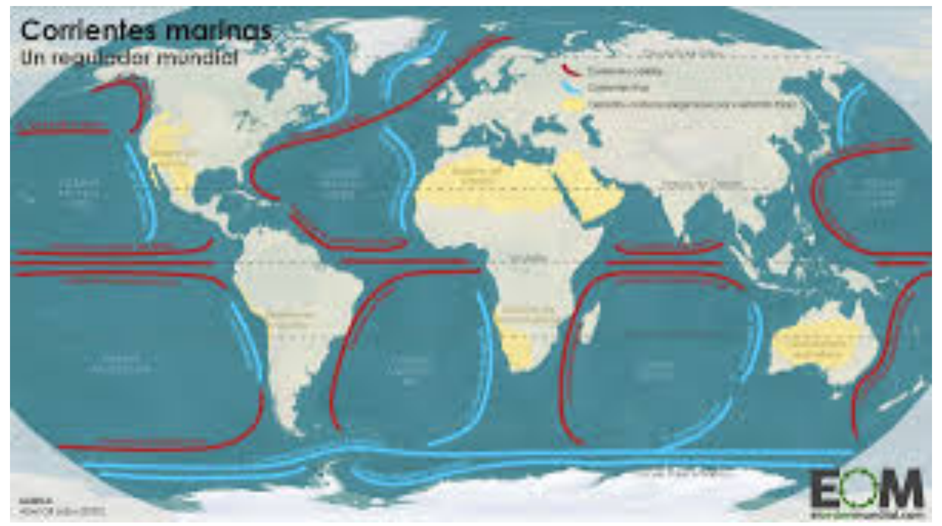
FORMA	✓	✗	✗	✗
VOLUMEN	✓	✓	✗	✗

Para un dado material, su estado no es inmutable, sino que puede variar, por ejemplo, con la temperatura.

Esta clasificacion es claramente indicativa y para nada rigurosa ni exhaustiva.

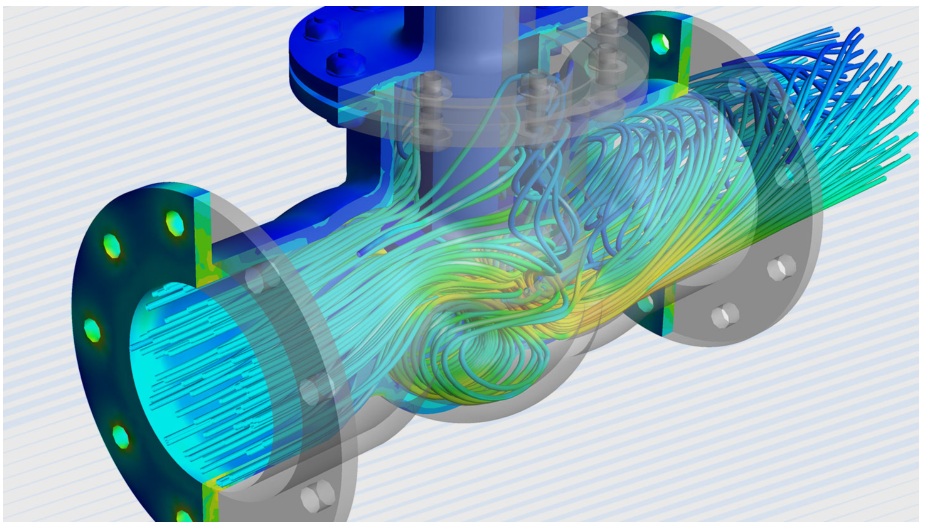
FLUIDO = liquido / gas / plasma

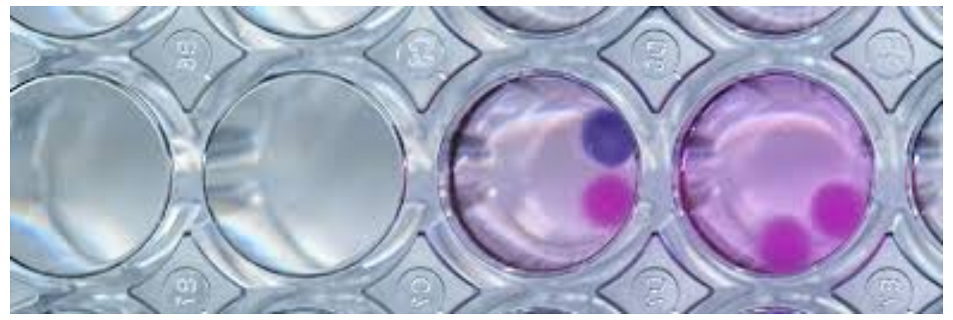
Porque estudiar dinámica de fluidos?



Oceanografía: Corrientes oceánicas. Mareas. Ondas de superficie.

Ingenieria: Energía hidraulica, eólica, mareomotríz. Petroleo. Aerodinámica.

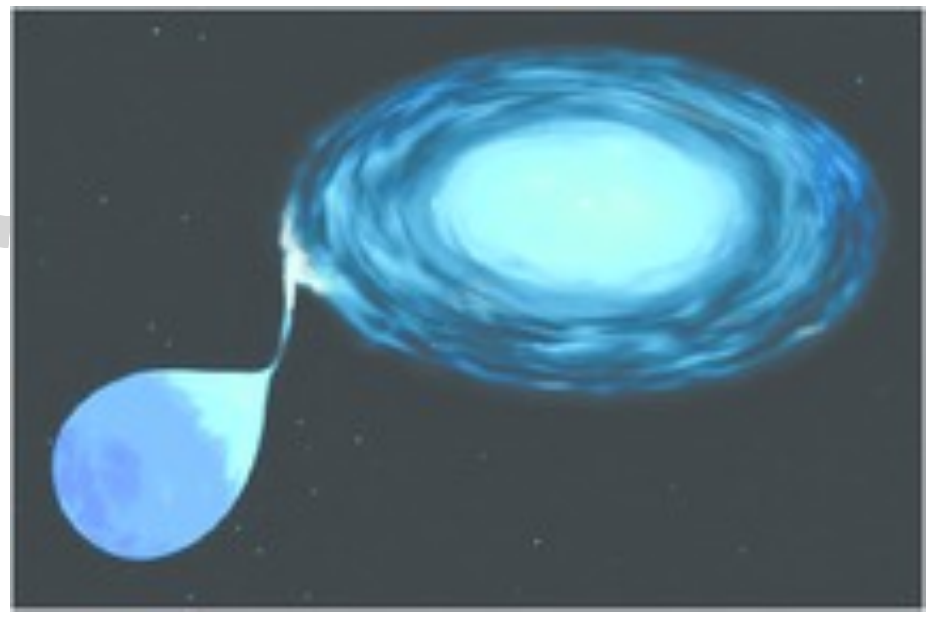


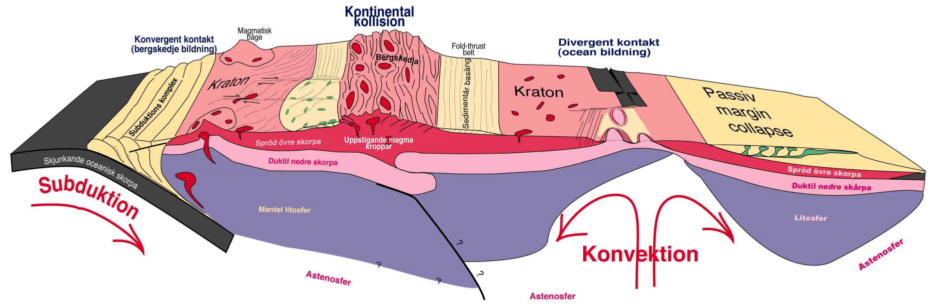


Biología: Flujo sanguíneo. Respiración. Microfluidica.

Aplicaciones

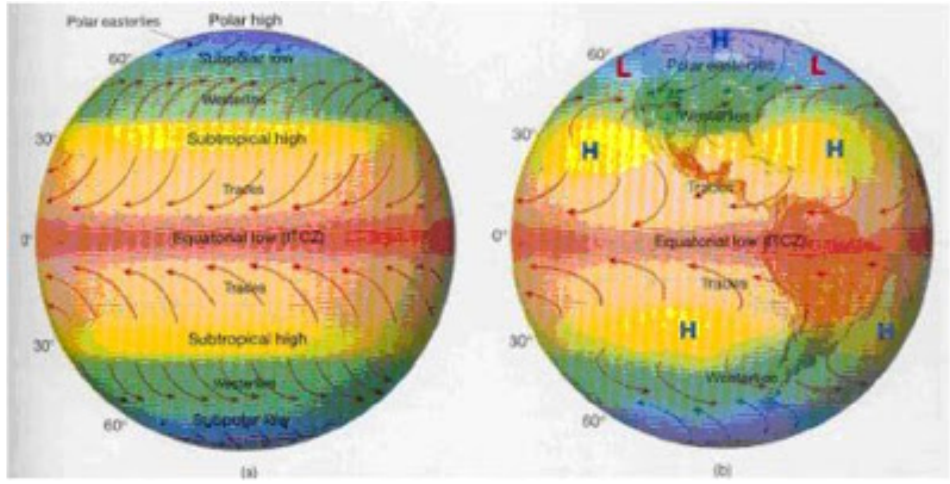
Astrofísica: Fisica espacial. Discos de acreción. Jets. Vientos estelares. Supernovas.





Geología: Dinámica de placas. Volcanes. Prospección de petroleo.

Meteorología: Presión. Vientos. Ciclones. Huracanes.



Modelo de medio continuo

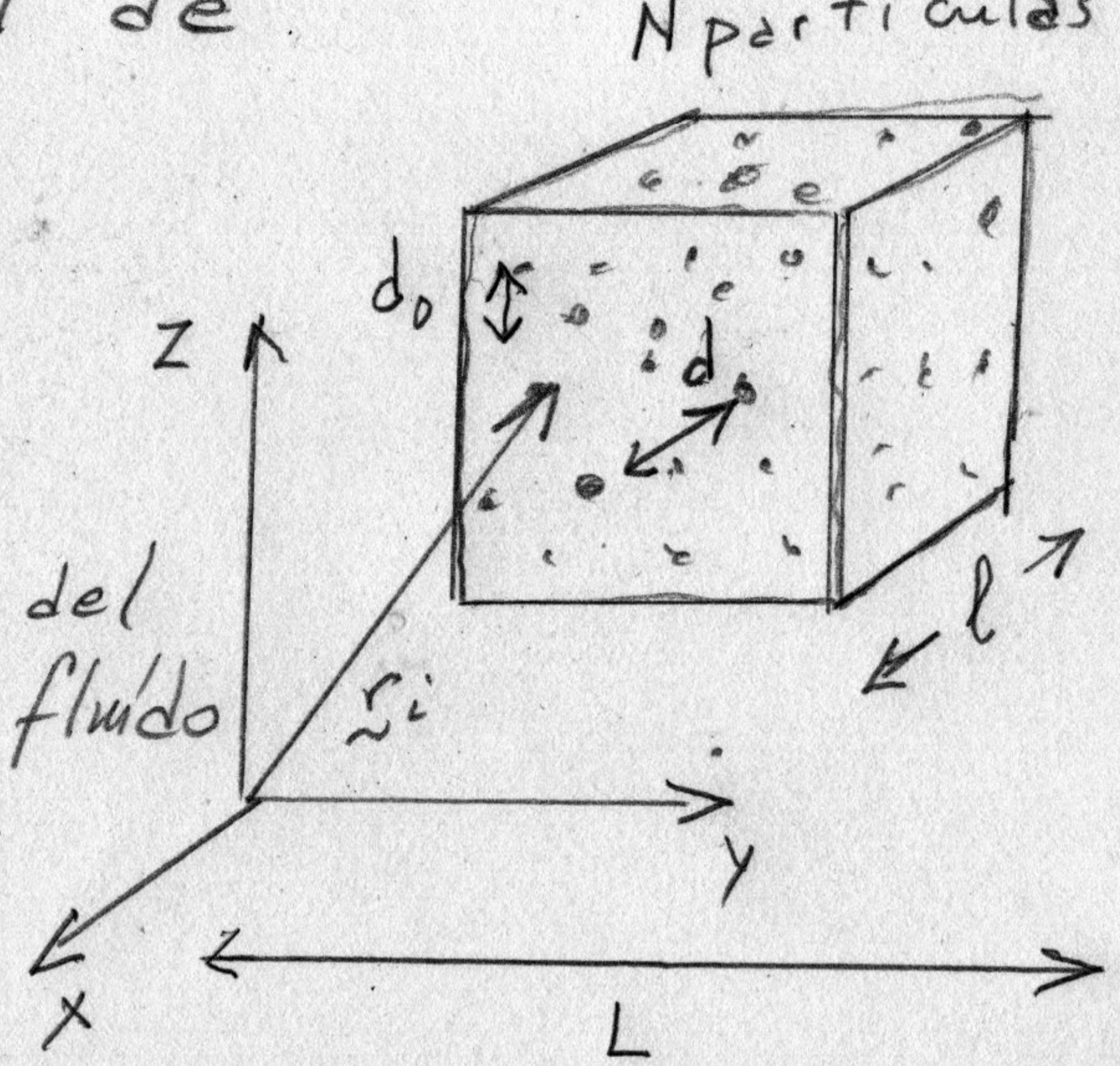
- Para describir teoricamente el movimiento de fluidos, los suponemos formados por átomos y/o moléculas, modeladas como **partículas**. Suponemos que el fluido llena densamente una porción del espacio a razón de **n** partículas por unidad de volúmen.

- Definimos el **elemento de fluido** como una porción mucho mas pequeña que el sistema, pero a la vez suficientemente grande como para contener muchísimas partículas.

Definimos la densidad de partículas como:

$$n(\underset{\sim}{r}, t) = \lim_{\ell \to 0} \frac{N}{\ell^3}$$

$$\underset{\sim}{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \underset{\sim}{r}_i \quad : \text{posición del elemento de fluido}$$

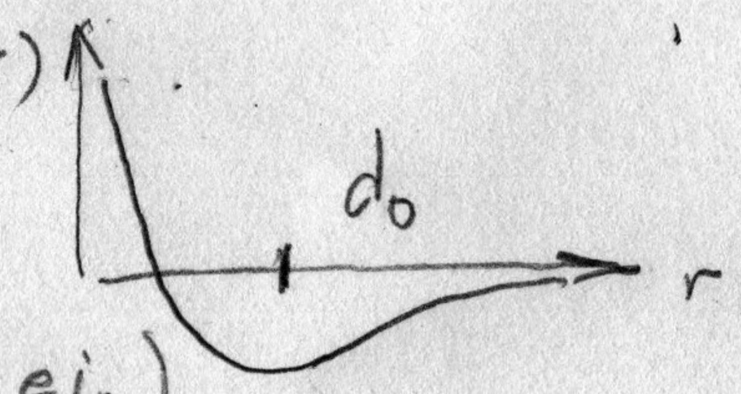


Identificamos cuatro longitudes características:

(d_0) Longitud de interacción molecular

$$d_0 \simeq 1\text{Å} = 10^{-10} m$$

Potencial de interacción genérico (Lennard-Jones p. ej.)



(d) Separación media entre partículas

$$d \simeq n^{-1/3}$$

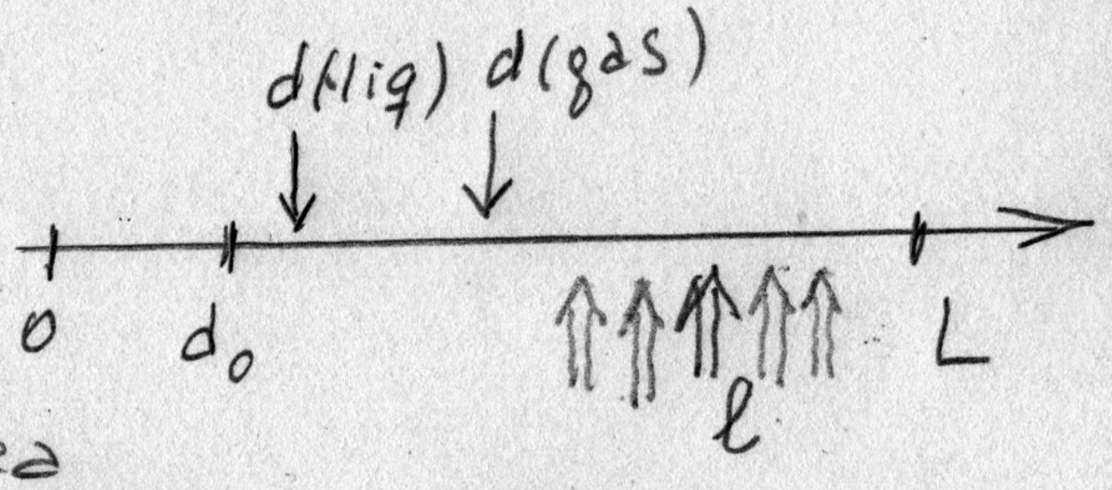
- En líquidos (y sólidos) $d \gtrsim d_0$
- En gases $d \gg d_0$

(ℓ) Elemento de fluido (E.F.)

Lo elegimos nosotros

(L) Tamaño del sistema

Como elegimos "ℓ"?



Ejemplo: el aire que nos rodea

$d_0 = 10^{-10} m$

$n = 2 . 10^{25} m^{-3}$

$d = n^{-1/3} \simeq 4 . 10^{-9} m$

$L \simeq 3m$

Hay un amplio margen para elegir ℓ

$4.10^{-9} m \ll \ell \ll 3m$

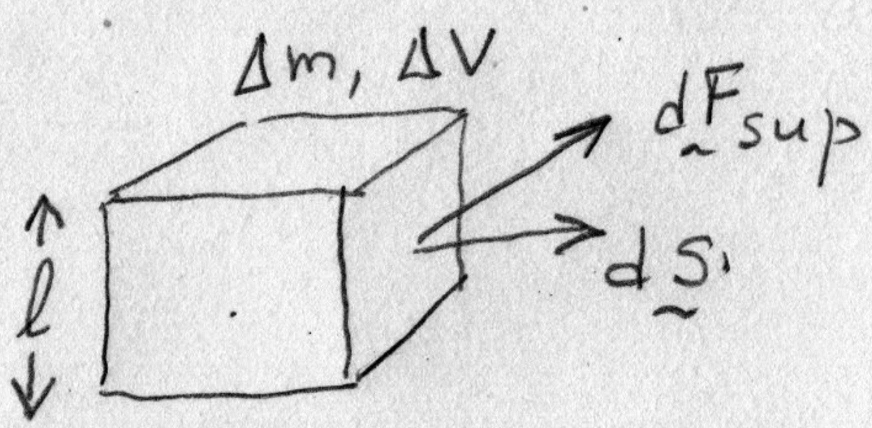
Ecuación de movimiento

Una vez definido "ℓ", el objetivo es escribir la ecuación de movimiento para un E.F. genérico. Para ello, distinguimos dos tipos de interacciones segun su alcance ℓ_F

$$\text{Fuerzas}\begin{cases}\text{largo alcance } (\ell_F \gg \ell)\left\{\begin{array}{l}\text{gravitatoria}\\ \text{E.M.}\\ \text{inerciales}\end{array}\right\} \Delta \mathbf{F} = \Delta m \mathbf{f} \quad \Delta m = \rho \Delta V \quad \mathbf{f} = \dfrac{\text{fuerza}}{\text{masa}} \\[2ex] \text{corto alcance } (\ell_F \ll \ell)\left\{\text{moleculares}\right\} \Delta \mathbf{F}_{sup} = \oint\!\!\oint \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{S}\end{cases}$$

NOTA 1: Las interacciones de corto alcance se extinguen en la superficie del E.F $\Rightarrow d\mathbf{F} \propto d\mathbf{S}$

NOTA 2: La relación de proporcionalidad mas general entre dos vectores, es a través de un tensor de rango 2.



$$d\mathbf{F}_{sup} = \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{S} \longrightarrow \Delta \mathbf{F}_{sup} = \oint\!\!\oint_{S_{\Delta V}} \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{S}$$

La ecuación de Newton para un E.F. genérico:

$$\Delta m \cdot \mathbf{f} + \oint\!\!\oint_{S_{\Delta V}} \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{S} = \Delta m \, \mathbf{a}$$

Por el teorema de la divergencia:

$$\oint\!\!\oint_{S_{\Delta V}} \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\Delta V} dV \, \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \xrightarrow[\text{"}\Delta V \to 0\text{"}]{} \Delta V \, \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{\Delta m}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

Entonces, la ecuación de movimiento por unidad de masa:

$$\mathbf{f} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a}$$

donde $\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{r},t)$, $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r},t)$, $\rho(\mathbf{r},t)$ y $\mathbf{a}(\mathbf{r},t)$

NOTA 3: Las fuerzas de corto alcance NO son nuevas, se corresponden con fuerzas de contacto como la normal $\mathbf{N}$ ($\parallel d\mathbf{S}$) o el rozamiento $\mathbf{R}$ ($\perp d\mathbf{S}$).

NOTA 4: Lo novedoso es que cada E.F. está siempre rodeado de otros E.F. que le ejercen fuerzas a través de $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r},t)$.

Tensor de esfuerzos

El tensor de esfuerzos representa las fuerzas de contacto con E.F. vecinos. Como toda fuerza de contacto, NO es dato a priori, es una incógnita del problema. Veamos sin embargo que el tensor de esfuerzos debe ser simétrico.

El torque de fuerzas de contacto sobre un E.F.

$$\Delta \underset{\sim}{M} = \oint\!\!\!\oint_{S_{\Delta V}} \underset{\sim}{r} \times \underset{=}{\sigma} \cdot d\underset{\sim}{S} \sim \ell^3 \qquad \underset{=}{\sigma}(\underset{\sim}{r},t) \simeq cte \text{ en } \Delta V$$

El torque es igual a $\underset{=}{I} \cdot \underset{\sim}{\gamma}$ donde el tensor de inercia

$$I_{ij} = \int_{\Delta V} d^3r\, \rho\, (r^2 \delta_{ij} - r_i r_j) \sim \ell^5 \qquad \rho(\underset{\sim}{r},t) \simeq cte$$

Entonces $\gamma \sim \dfrac{M}{I} \sim \dfrac{\ell^3}{\ell^5} \sim \dfrac{1}{\ell^2} \xrightarrow[\ell \to 0]{} \infty$

Excepto que $\Delta \underset{\sim}{M} = 0$

Mostremos que $\underset{\sim}{M} = 0 \ \forall \Delta V \longleftrightarrow \underset{=}{\sigma}$ simétrico

$$\Delta M_i = \oint\!\!\!\oint_{S_{\Delta V}} \varepsilon_{ijk}\, r_j\, \sigma_{kl}\, dS_l \underset{\text{T.Div.}}{=} \int_{\Delta V} d^3r\, \partial_l (\varepsilon_{ijk}\, r_j\, \sigma_{kl}) =$$

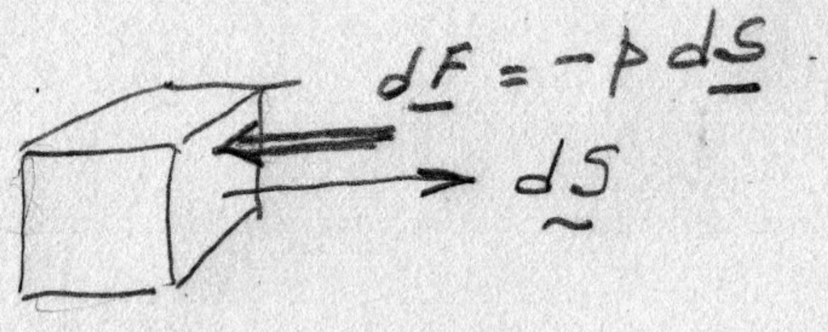
$$= \int_{\Delta V} d^3r\, \varepsilon_{ijk}\, \delta_{jl}\, \sigma_{kl} = \int_{\Delta V} d^3r\, \varepsilon_{ijk}\, \sigma_{kj}$$

Si $\sigma_{jk} = \sigma_{kj} \longleftrightarrow \Delta \underset{\sim}{M} = 0, \ \forall \Delta V$

<u>NOTA</u>: Es decir que $\underset{=}{\sigma}$ tiene solo 6 incógnitas.

Modelo de fluído ideal

Fluido ideal $\longrightarrow \underset{=}{\sigma}$ isótropo $\longrightarrow \underset{=}{\sigma} = -p \underset{=}{1}$ $\qquad p(\underset{\sim}{r},t)$: presión



El modelo consiste en despreciar fuerzas de fricción (viscosidad) y considerar solo fuerza normal.

Para fluídos ideales la ecuación de movimiento es $\underset{\sim}{a} = \underset{\sim}{f} - \dfrac{1}{\rho} \underset{\sim}{\nabla} p$

Hidrostática

En situaciones en las cuales el fluído puede considerarse en reposo:

$$\underline{u}(\underline{r},t) = 0 \,, \quad \forall \underline{r},t \longrightarrow \underline{a}(\underline{r},t) = 0$$

Entonces:

$$0 = \underline{f} - \frac{1}{\rho}\underline{\nabla} p$$

Ecuación de equilibrio hidrostático

Veamos dos ejemplos sencillos.

Ejemplo 1: Pileta con agua

El agua se encuentra en reposo.

$\rho = cte$ ($\forall$ líquido)

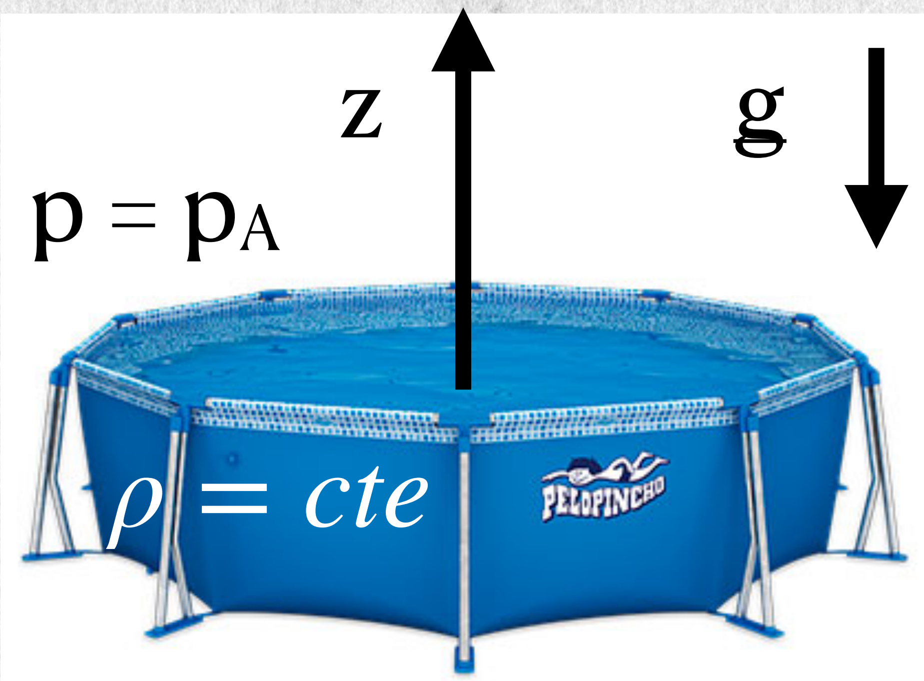
$$\underline{f} = -g\hat{z}$$

$$g\hat{z} = -\frac{1}{\rho}\underline{\nabla} p \longrightarrow \underline{\nabla}_\perp p = 0$$

$$\downarrow$$

$$g = -\frac{1}{\rho}\partial_z p \longrightarrow p = cte - \rho g z$$

$$p(z=0) = p_A \longrightarrow p = p_A - \rho g z$$



Ejemplo 2: Atmósfera isotérmica

- El aire sobre la pileta es otro fluído, tambien en reposo.
- Suponemos un gas ideal (y tambien un fluido ideal) e isotérmico, de modo que

$$p = \frac{\rho k_B T_0}{m_M}$$

m_M: masa molecular media

$k_B = 1.38 \times 10^{-16} \frac{erg}{K}$; Boltzmann

$T_0 = cte$

- La presión del aire cerca del piso es la llamada presión atmosférica

$$p_A = 1013\, hPa \qquad Pa = \frac{N}{m^2}$$

$$-g = \frac{1}{\rho}\partial_z p = \frac{k T_0}{m_M}\frac{\partial_z \rho}{\rho}$$

$$\therefore \rho(z) = \rho_A\, e^{-z/H} \qquad H = \frac{k T_0}{m_M g}$$

escala de alturas

$$p(z) = p_A\, e^{-z/H}$$