

# Estructura de la materia 1 (verano 2022)

- Bienvenidxs a la materia!
- Por favor inscribanse en SIU Guaraní si no lo hicieron >>> Esperen la reapertura.
- Miren la página de la materia por horario, guías, cronograma y novedades: <http://materias.df.uba.ar/edlm1a2022v/>
- Las teóricas de 9 a 11 con 5' de intervalo en el medio.
- Utilicen el email de los docentes para consultas fuera del horario de clases.
- La evaluación de TPs se realiza a través de un parcial al final de la cursada (11-mar) y su recuperatorio (18-mar)

# Estados de la materia

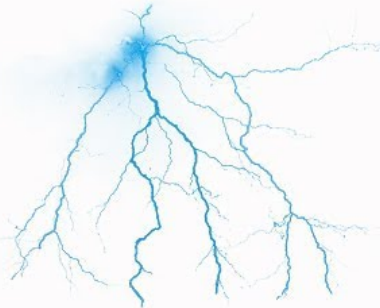
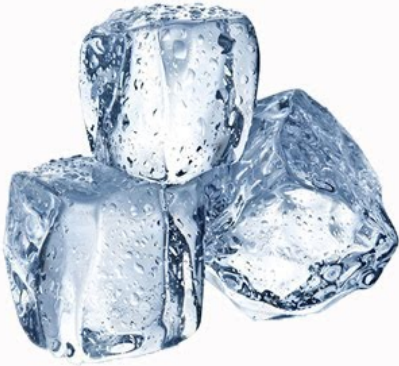
Existen tres o tal vez cuatro estados de la materia, que podemos clasificar de acuerdo al comportamiento de dos propiedades geometricas durante la evolucion: su **volumen** y su **forma**.

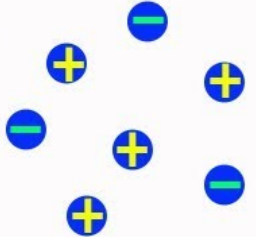
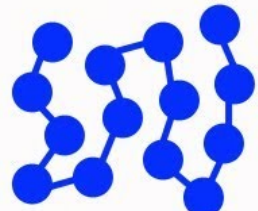
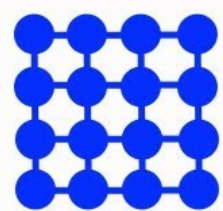
SÓLIDO

LÍQUIDO

GASEOSO

PLASMA





|         |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|
| FORMA   | ✓ | ✗ | ✗ | ✗ |
| VOLUMEN | ✓ | ✓ | ✗ | ✗ |



Para un dado material, su estado no es inmutable, sino que puede variar, por ejemplo, con la temperatura.

Esta clasificacion es claramente indicativa y para nada rigurosa ni exhaustiva.

FLUIDO = liquido / gas / plasma

# Porque estudiar dinámica de fluidos?



# Oceanografía:

Corrientes oceánicas.  
Mareas. Ondas de  
superficie.

# Ingeniería: Energía hidráulica, eólica, mareomotriz. Petróleo. Aerodinámica.

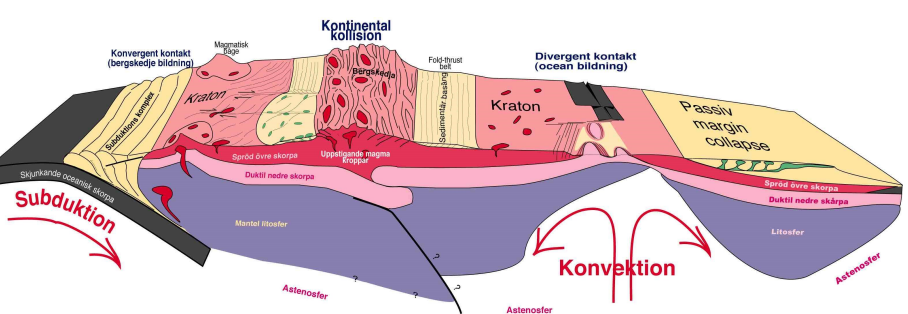
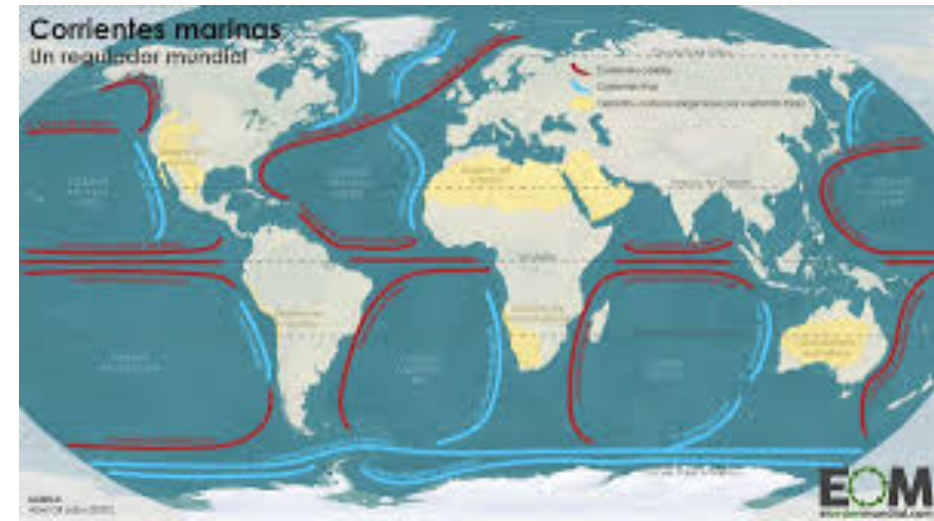
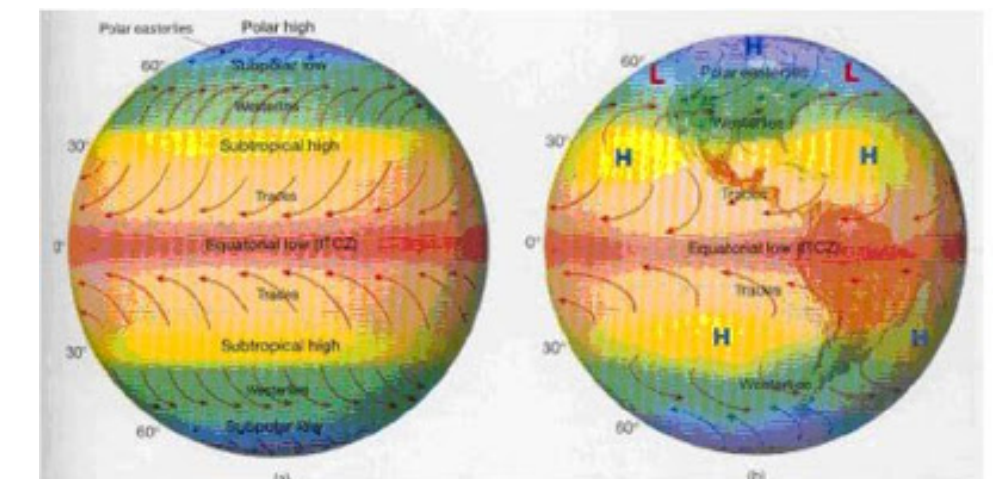
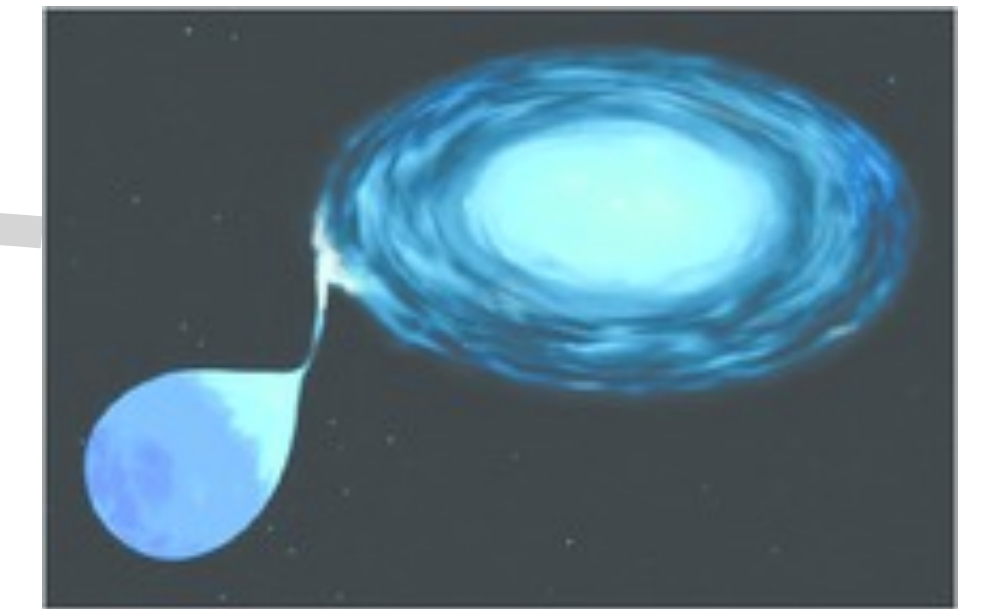
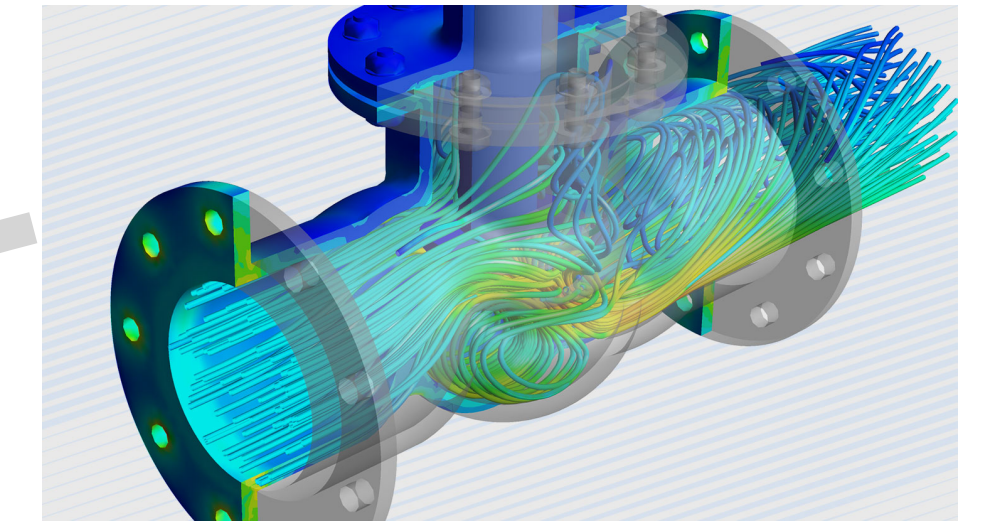
**Astrofísica:** Física espacial. Discos de acreción. Jets. Vientos estelares. Supernovas.

# Meteorología:

Presión. Vientos.  
Ciclones. Huracanes.

**Biología:** Flujo  
sanguíneo.  
Respiración.  
Microfluidica.

**Geología:** Dinámica de placas. Volcanes. Prospección de petróleo.



# Modelo de medio continuo

- Para describir teóricamente el movimiento de fluidos, los suponemos formados por átomos y/o moléculas, modeladas como **partículas**. Suponemos que el fluido llena densamente una porción del espacio a razón de **n** partículas por unidad de volumen.
- Definimos el **elemento de fluido** como una porción mucho mas pequeña que el sistema, pero a la vez suficientemente grande como para contener muchísimas partículas.

Definimos la densidad de partículas como:

$$n(\underline{r}, t) = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{N}{l^3}$$

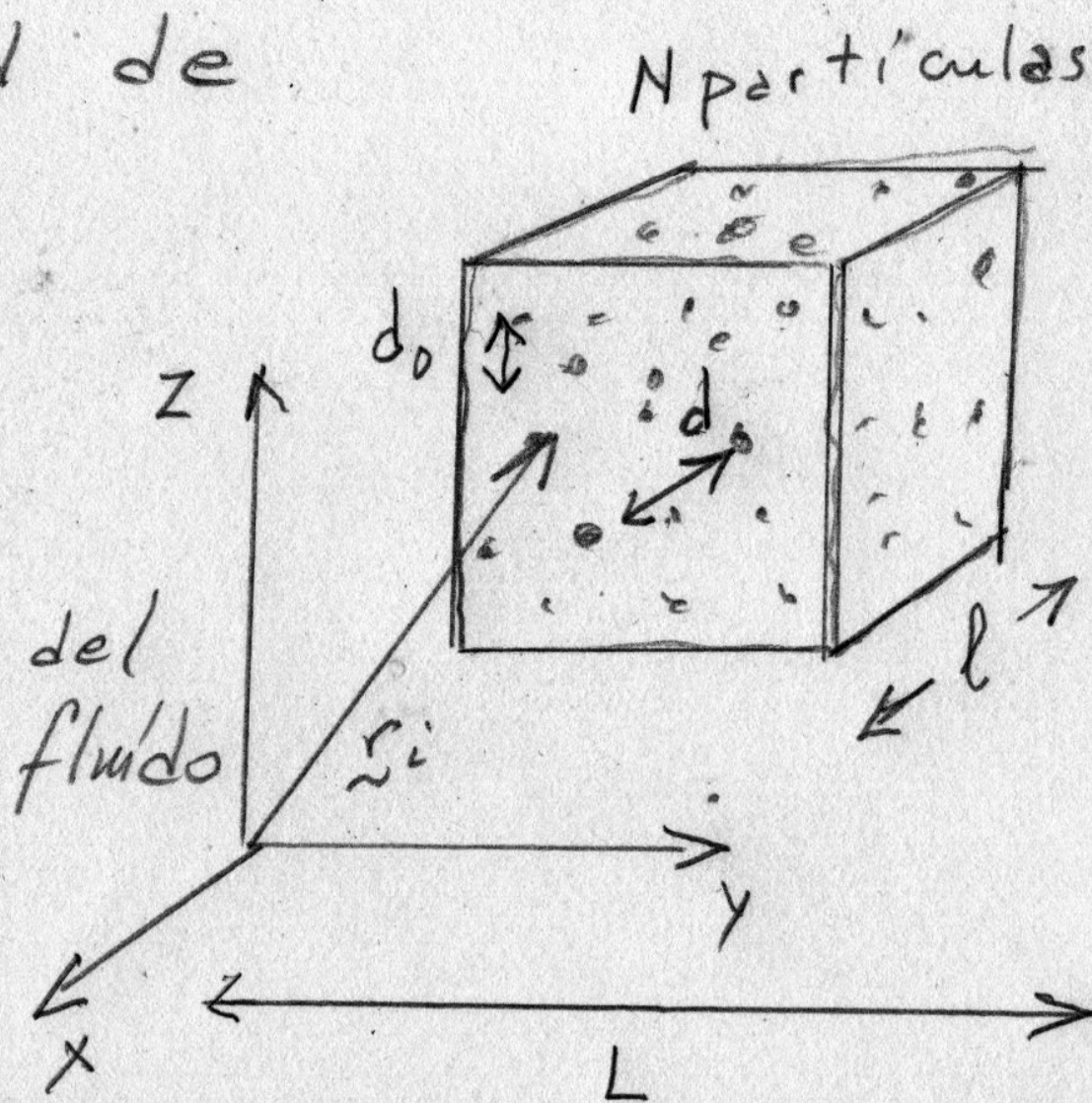
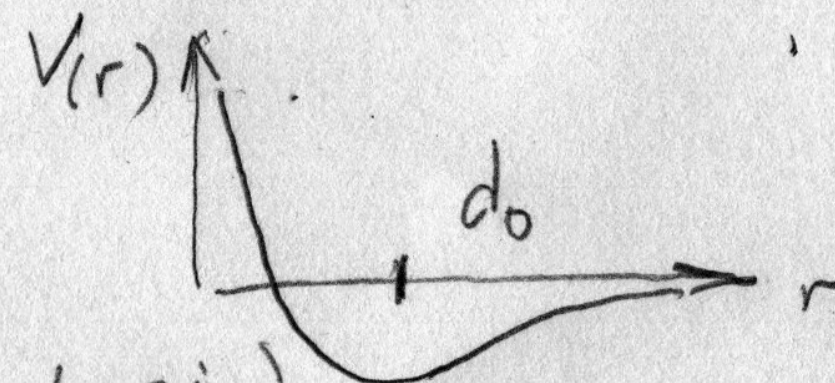
$$\underline{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \underline{r}_i : \text{posición del elemento de fluido}$$

Identificamos cuatro longitudes características:

( $d_0$ ) Longitud de interacción molecular

$$d_0 \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

Potencial de interacción genérico (Lennard-Jones p.ej.)



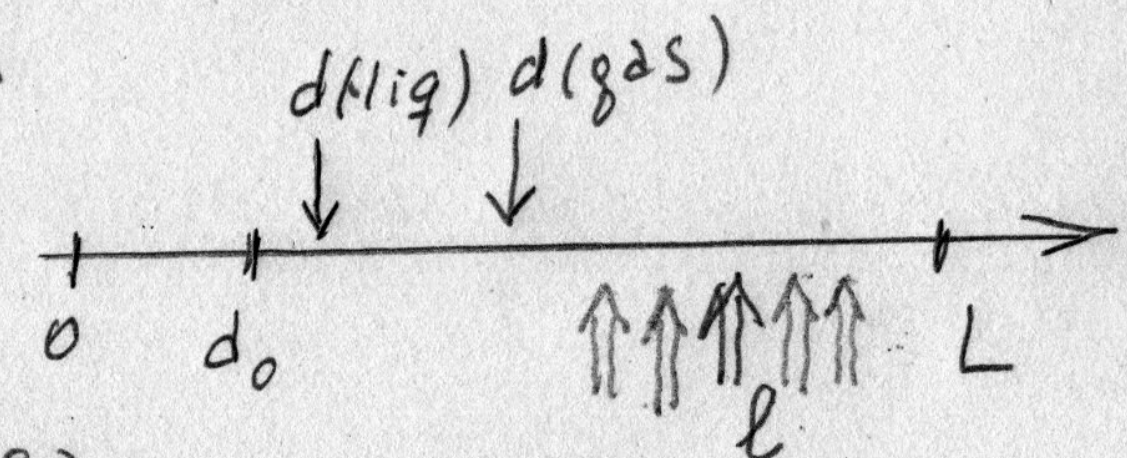
(d) Separación media entre partículas

$$d \approx n^{-1/3}$$

- En líquidos (y sólidos)  $d \approx d_0$
- En gases  $d \gg d_0$

(l) Elemento de fluido (E.F.)  
Lo elegimos nosotros

(L) Tamaño del sistema  
Como elegimos "l"?



Ejemplo: el aire que nos rodea

$$d_0 = 10^{-10} \text{ m}$$

$$n = 2 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$d = n^{-1/3} \approx 4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$L \approx 3 \text{ m}$$

Hay un amplio margen para elegir l

$$4 \cdot 10^{-9} \text{ m} \ll l \ll 3 \text{ m}$$

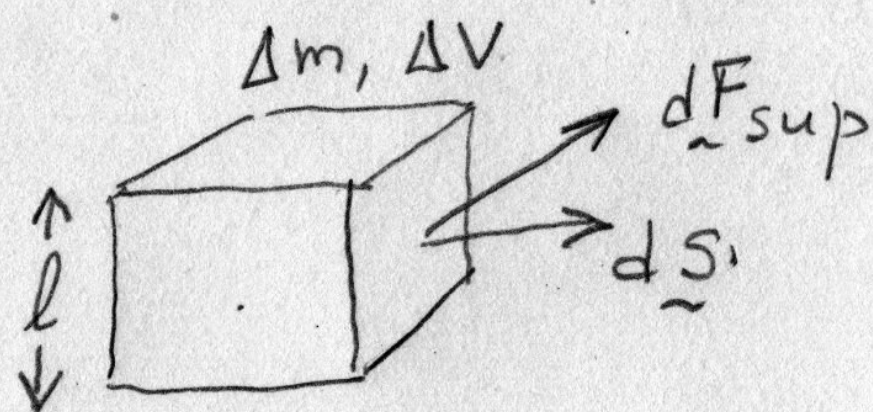
# Ecuación de movimiento

Una vez definido "ℓ", el objetivo es escribir la ecuación de movimiento para un E.F. genérico. Para ello, distinguimos dos tipos de interacciones según su alcance ℓ<sub>F</sub>

$$\text{Fuerzas} \begin{cases} \text{largo alcance } (\ell_F \gg \ell) \begin{cases} \text{gravitatoria} \\ \text{E.M.} \\ \text{inerciales} \end{cases} \begin{cases} \Delta \underline{F} = \Delta m \underline{f} \\ \Delta m = \rho \Delta V \quad \underline{f} = \frac{\text{fuerza}}{\text{masa}} \end{cases} \\ \text{corto alcance } (\ell_F \ll \ell) \begin{cases} \text{moleculares} \end{cases} \Delta \underline{F}_{\text{sup}} = \oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} \end{cases}$$

NOTA 1: Las interacciones de corto alcance se extinguen en la superficie del E.F.  $\Rightarrow d\underline{F} \propto d\underline{S}$

NOTA 2: La relación de proporcionalidad más general entre dos vectores, es a través de un tensor de rango 2.

$$d\underline{F}_{\text{sup}} = \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} \rightarrow \Delta \underline{F}_{\text{sup}} = \oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S}$$


La ecuación de Newton para un E.F. genérico:

$$\Delta m \cdot \underline{f} + \oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} = \Delta m \underline{a}$$

Por el teorema de la divergencia:

$$\oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} = \int dV \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma} \xrightarrow{\Delta V \rightarrow 0} \Delta V \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma} = \frac{\Delta m}{\rho} \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma}$$

Entonces, la ecuación de movimiento por unidad de masa:

$$\underline{f} + \frac{1}{\rho} \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma} = \underline{a}$$

donde  $\underline{f} = \underline{f}(\underline{r}, t)$ ,  $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}(\underline{r}, t)$ ,  $\rho = \rho(\underline{r}, t)$  y  $\underline{a} = \underline{a}(\underline{r}, t)$ .

NOTA 3: Las fuerzas de corto alcance NO son nuevas, se corresponden con fuerzas de contacto como la normal  $\underline{N}$  ( $\parallel d\underline{S}$ ) o el rozamiento  $\underline{R}$  ( $\perp d\underline{S}$ ).

NOTA 4: Lo novedoso es que cada E.F. está siempre rodeado de otros E.F. que le ejercen fuerzas a través de  $\underline{\sigma}(\underline{r}, t)$ .

# Tensor de esfuerzos

El tensor de esfuerzos representa las fuerzas de contacto con E.F. vecinos. Como toda fuerza de contacto, NO es dato a priori, es una incógnita del problema. Veamos sin embargo que el tensor de esfuerzos debe ser simétrico.

El torque de fuerzas de contacto sobre un E.F.

$$\Delta \underline{M} = \oint_{S_{\Delta V}} \underline{r} \times \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} \sim l^3 \quad \underline{\sigma}(\underline{r}, t) \approx \text{cte en } \Delta V$$

El torque es igual a  $\underline{I} \cdot \underline{\gamma}$  donde el tensor de inercia  $I_{ij} = \int_{\Delta V} d^3r \rho (r^2 \delta_{ij} - r_i r_j) \sim l^5$   $\rho(\underline{r}, t) \approx \text{cte}$

$$\text{Entonces } \underline{\gamma} \sim \frac{\underline{M}}{\underline{I}} \sim \frac{l^3}{l^5} \sim \frac{1}{l^2} \xrightarrow{l \rightarrow 0} \infty$$

Excepto que  $\Delta \underline{M} = 0$

Mostremos que  $\underline{M} = 0 \quad \forall \Delta V \iff \underline{\sigma} \text{ simétrico}$

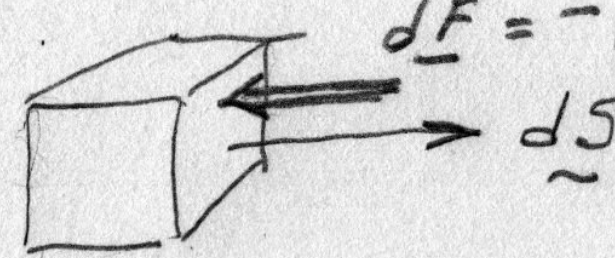
$$\begin{aligned} \Delta M_i &= \oint_{S_{\Delta V}} \epsilon_{ijk} r_j \sigma_{kl} dS_l = \int_{\Delta V} d^3r \partial_l (\epsilon_{ijk} r_j \sigma_{kl}) = \\ &\quad \text{T.Div.} \\ &= \int_{\Delta V} d^3r \epsilon_{ijk} \delta_{jl} \sigma_{kl} = \int_{\Delta V} d^3r \epsilon_{ijk} \sigma_{kj} \end{aligned}$$

$$\text{Si } \sigma_{jk} = \sigma_{kj} \iff \Delta \underline{M} = 0, \quad \forall \Delta V$$

NOTA: Es decir que  $\underline{\sigma}$  tiene solo 6 incógnitas.

## Modelo de fluido ideal

Fluido ideal  $\longrightarrow \underline{\sigma}$  isótropo  $\longrightarrow \underline{\sigma} = -p \underline{1}$

$p(\underline{r}, t)$ : presión 

$$d\underline{F} = -p d\underline{S}$$

El modelo consiste en despreciar fuerzas de fricción (viscosidad) y considerar solo fuerza normal.

Para flúidos ideales la ecuación de movimiento es  $\underline{a} = \underline{f} - \frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p$

# Hidrostatica

En situaciones en las cuales el fluido puede considerarse en reposo:

$$\underline{u}(\underline{r}, t) = 0, \forall \underline{r}, t \rightarrow \underline{a}(\underline{r}, t) = 0$$

Entonces:

$$0 = \underline{f} - \frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p \quad \text{Ecuación de equilibrio hidrostático}$$

Veamos dos ejemplos sencillos.

Ejemplo 1: Pileta con agua

El agua se encuentra en reposo.

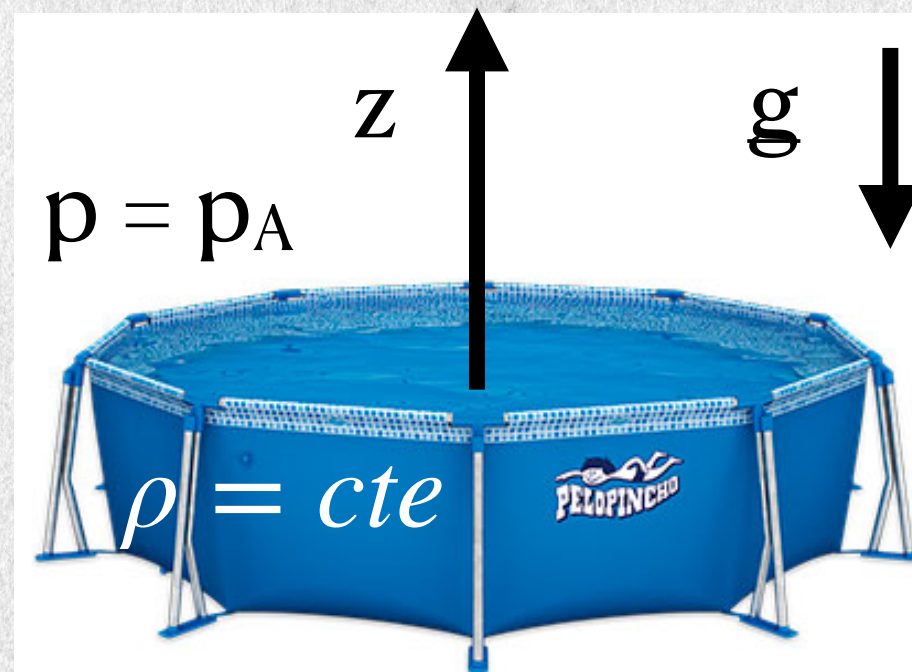
$$p = \text{cte} (\forall \text{ líquido})$$

$$\underline{f} = -g \hat{z}$$

$$g \hat{z} = -\frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p \rightarrow \underline{\nabla}_{\perp} p = 0$$

$$g = -\frac{1}{\rho} \partial_z p \rightarrow p = \text{cte} - \rho g z$$

$$p(z=0) = p_A \rightarrow p = p_A - \rho g z$$



Ejemplo 2: Atmósfera isotérmica

- El aire sobre la pileta es otro fluido, también en reposo.

- Suponemos un gas ideal (y también un fluido ideal) e isotérmico, de modo que

$$p = \frac{\rho k_B T_0}{m_M}$$

$m_M$ : masa molecular media

$$k_B = 1.38 \times 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{K}}; \text{ Boltzmann}$$

$$T_0 = \text{cte}$$

- La presión del aire cerca del piso es la llamada presión atmosférica

$$p_A = 1013 \text{ hPa} \quad p_A = \frac{N}{m^2}$$

$$-g = \frac{1}{\rho} \partial_z p = \frac{k_B T_0}{m_M} \frac{\partial_z \rho}{\rho}$$

$$\therefore p(z) = p_A e^{-z/H} \quad H = \frac{k_B T_0}{m_M g}$$

$$p(z) = p_A e^{-z/H} \quad \text{escala de alturas}$$